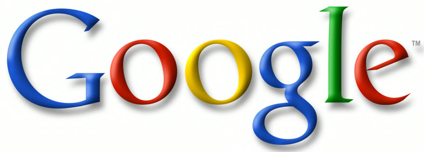
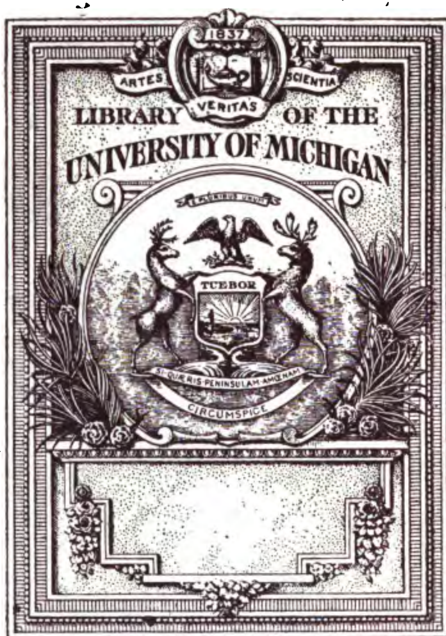



1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUÆRIS PENINSULAM AMŒNAM
CIRCUMSPICE



DIATOME CIRCULORUM SEU SPECIMEN GEOMETRICUM

QUO

Lunularum, Curvilineorum, aliorúmque Spatiorum proportiones demonſtrat

FERDINANDUS ERNESTUS
Comes ab HERBERSTEIN,



Vetero - Pragæ in Aula Regia apud Wolffgangum Wickhart Archi-Epiſcopalem Typogr. 1710.

DIVO PATRI
AURELIO
AUGUSTINO,
Vigilantiſſimo Hippo-
nenſium
EPISCOPO,
Doctrinæ Orthodoxæ
Radiantiſſimo
SOLI,
Hæreticorum
MALLEO,
Eccleſiæ Catholicæ
DOCTORI
PANTOSOPHO.



Magne Pater.



Ondum duo lustra ætas mea adæquabat, jamque tacitâ quadam Naturæ lege Tibi Tuisque Filijs obstringebar;

gebar ; enimverò si, monente Senecâ, Naturâ priùs sit ut quis debeat, deinde ut gratiam referat, *omninò evidens sit, communem hanc parentem nostram non alio equidèm fine tam teneris annis gratitudinem conjunxisse, quam ut hæc cum illis æqualibus adolesceret incrementis atque in Orbis stadio cum omni ætate mea de Victoria concertaret : æquissimum hoc naturæ Decretum eâ teneritudine & alacritate exósculor, quibus Eremitæ Tui in Celeberrimo Lovaniensi Athenæo octennium indefessè impenderunt, ut sub Eorundem auspicijs illud in litteris fundamentum ponerem, quo*

 super

super qualem qualem Eruditionis fabricam collocavi, quæ, si Eorum solertiam imbecillitas mea fuisset assecuta, in splendidissimum erat exsurrectura palatium. Tu, qui, quia speculum omniscium incessanter intueris, nôsti quæ mea erga Te Tuósque sint debita, patere, obsecro, ut ad pedes Tuos provolutus exigua hæc libamina Geometrica Tibi offeram vel hoc quoque jure Tua, quod, Te ipso confitente, annos vix natus quindecim in intimiora Divinæ hujus Scientiæ adyta penetraveris, patere, ut tantillam hanc Doctrinæ guttam, omnigenæ Eruditionis Tuæ, quâ universam ità irrigas Eccle-

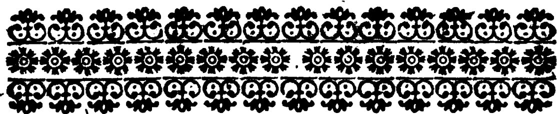
siam,

ſiam, ut inconcuſſum illius ſulcrum & columen audias, vaſtiſſimo Oceano velut origini ſuæ venerabundus immergam ſub Patrocinio Tuo moriturus

SANCTISSIMI NOMINIS TUI

Cultor infimus

FERDINANDUS ERNESTUS
Comes ab HERBERSTEIN.



PRÆFATIO.

De scopo mihi præfixo Lectorem multis præmonere necesse non est, cum pro eo, quo pollet acumine, vel ex sola Epigraphe facile perspiciat quo collimet hæc horarum subcesivarum opella: porrò quàm utile sit circa Curvilineorum proportiones versari, ij fatebuntur, qui, quid in Earundem determinatione lateat difficultatis suâmet experientiâ didicêre. Specimen hîc exhibeo triplicem duntaxat ejusdem vel æqualium circulorum Diatomen expendens; at primo statim illius intuitu manifestum evadit, proportionibus infinitorum similium Curvilineorum

neorum hâc ipsâ methodo, exiguo negotio determinandis, vitam hominis neutiquam sufficere. Propositionum singularum Apodixin nullo labore intelliget, qui ordinariis Geometriæ Elementis prima saltim Analyseos speciosæ Tyrocinia conjunget. Carpet me fortè nonnemo quod Scientiarum generi ab officio meo nimium quantum dissito labores meos impendam, at illi ego, Cæsares, Reges, Principes oppono, qui curis longè gravioribus agitati, Mathematis vacare à se non existimarunt alienum. Non ego hìc, quam coli digna sit Geometria operosius ostendam, cum ipsa Divinæ hujus Scientiæ amænitas cultores suos alliciat, quantæcunque verò laudes non moveant ignaros; id, meâ equidem sen-

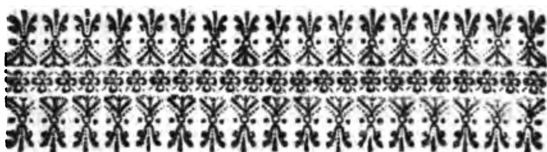
tentiâ,

tentiâ, certissimum, mentem Humanam à Geometriâ, viâ omnium planissimâ ad omnis Veritatis Archetypum deduci atque in Ejusdem Contemplationem admitti. Abundet per me quiscunque alius sensu suo, modò TU, Amice Geometra, conatus meos æqui boníque consulas.



PRO-





PROPOSITIO I.

SI duo circuli se ità intersecent, ut subtensa puncta intersectionis conjungens, sit unius Circulorum Diameter, erunt lunulæ & Circuli Arithmeticè Proportionales.

Intersecent se ita Circuli ADBG, AFBC, F. 1. ut Recta AB sit Diameter circuli AFBC, Dico lunulas ADBFA, ACBGA cum circulis AFBC, ADBG esse Arithmeticè Proportionales.

DEMONSTRATIO.

Sit enim Diameter EB $\propto$ 2a Recta AB $\propto$ b, Circulus ADBG $\propto$ zz, erit proinde Circulus AFBC $\propto$ bbzz (4aa) hincque semicirculus AFB $\propto$ bbzz (8aa) ADBG — AFBC verò $\propto$ 4aazz — bbzz (4aa) positóque segmento ADB $\propto$ yy auferendo hoc ipsum segmentum a semicirculo AFB, fiet lunu-

lunula ADBFA ∝ bbzz — 8 aa yy (8 aa) ablatóque a circulo ADBG Curvilineo AD BCA sub arcubus concavis ADB, BCA, comprehenso, lunula ACBGA ∝ 8 aa zz — 8 aa yy — bbzz (8 aa) erit itaque ACBGA — ADBFA ∝ 8 aa zz — bbzz (8 aa) ∝ 4 aa zz — bbzz (4 aa) sed ACBGA — ADBFA ∝ ADBG — AFBC sunt igitur ADBFA, AC BGA, AFBC, ADBG Arithmeticè Proportionales. Q. E. D.

Poterat hæc proprietas de quacumque Circulorum intersectione ex hoc solo principio, non autem, ut existimat Clavius, *axiomate geometrico: si ab inæqualibus auferantur æqualia, erit residuorum excessus excessui totorum æqualis, universaliter ostendi; sed intento meo sufficit id eatenùs præstitisse.*

PROPOSITIO II.

Circulum datum duobus alijs ità intersecare, ut differentiæ lunularum sint in Ratione Imperatâ.

F. 1. & 2. Datus sit circulus ADBG duobus alijs AFBC, EHBI ita intersecandus ut ACBGA — ADBFA ad EIBGE — EDBHE sit in Ratione imperatâ.

Constructio. Super Basi EB construatur Trian-

Triangulum Rectangulum ita ut Quadrata ſub lateribus ſint in data Ratione; ſint porró latera illa AB. EB. ſuper his velut Diametris deſcribantur circuli AFBC, EHBI. Dico ACBGA—ADBFA ad EIBGE—EDBHE eſſe in datâ Ratione.

DEMONSTRATIO.

Nam Quadrata ſub AB & EB ex conſtructione ſunt in Ratione imperatâ: Ergo & circuli AFBC, EHBI: eſt autem ex conſtructione circulus AFBC⩘ADBG—EHBI & circulus EHBI⩘ADBG—AFBC, Ergo ADBG—EHBI ad ADBG—AFBC eſt in Ratione imperatâ, eſt veró ADBG—EHBI⩘EIBGE—EDBHE. & ADBG — AFBC⩘ACBGA—ADBFA, *per præced.* Ergo ACBGA—ADBFA ad EIBGE—EDBHE eſt in Ratione Imperatâ. Q. E. F.

PROPOSITIO III.

Circulum determinare illumque, duobus alijs ita interſecare, ut differentia, quâ lunula major primæ ſectionis excedit curvilineum ſub arcubus concavis ſecundæ comprehenſum, dato Rectilineo ſit æqualis. F. 1. & 2.

CON-

CONSTRUCTIO.

Fiat Triplo Rectilinei Dati æquale Hexagonum æquilaterum, eritque latus hujus Hexagoni circuli determinandi Radius, descripto proinde circulo ADBG, super AB latere Trianguli Æquilateri inscripti & EB Radio, velut Diametris describantur circuli AFBC, EHBI Dico ACBGA — EDBIE æquari Rectilineo dato.

DEMONSTRATIO.

Sit enim EB $\propto$ a, Circumferentia Circuli ADBG $\propto$ x. erit igitur ipse Circulus ADBG $\propto$ ax (2) Circulus AFBC verò. $\propto$ 3ax (8) hincque semicirculus AFB $\propto$ 3ax (16) & cum ex constructione Hexagonum Circulo ADBG inscriptum, æquetur Triplo Rectilinei Dati, erit segmentum ADB æquale excessui quo subtriplum Circuli ADBG superat subsextuplum Hexagoni inscripti; posito proinde Hexagono $\propto$ Rectangulo sub Radio EQ $\propto$ a & aliâ quapiam Recta $\propto$ d, erit segmentum ADB $\propto$ ax — ad (6) hincque Curvilineum ADBCA $\propto$ 17ax — 8ad (48) quo ablato ex Circulo ADBG, remanet lunula major ACBGA $\propto$ 7ax + 8ad (48) Præterea, cùm EB ex constru-

ctione

ctione sit Radius Circuli ADBG, erit Circulus EHBI ⁀ ax (8) & semicirculus EIB ⁀ ax (16) segmentum porrò EDB ⁀ ax — 2ad (12) atque adeo Curvilineum EDBIE ⁀ 7ax — 8ad (48) unde ACBGA — EDBIE ⁀ 16ad (48) ⁀ ad (3) est autem ex constructione Triplum Rectilinei dati ⁀ ad est igitur ACBGA — EDBIE ipsi Rectilineo æqualis Q. E. F.

PROPOSITIO IV.

Si super uno laterum Trianguli Æquilateri Circulo inscripti velut Diametro descriptus fuerit Circulus, sit autem Hexagonum inscri- F. 1.
ptum æquale Rectangulo sub Radio & alia quapiam Rectâ, lunulæ ex intersectione circulorum genitæ erunt ut summa octupli illius Rectæ & peripheriæ, ad summam ejusdem octupli & septupli peripheriæ.

Super AB latere Trianguli Æquilateri Circulo ADBG inscripti descriptus sit Circulus AFBC, sitque Rectangulum sub EQ & alia Rectâ d, æquale Hexagono Circulo ADBG inscripto, Dico ADBFA ad ACBGA esse ut summa peripheriæ Circuli ADBG &

octu-

octupli illius Rectæ, ad summam Ejusdem octupli & septupli peripheriæ Circuli ADBG.

DEMONSTRATIO.

Cum enim segmentum ADB sit ∝ ax — ad (6) & semicirculus AFB ∝ 3ax (16) erit auferendo segmentum à semicirculo lunula ADBFA ∝ ax + 8ad (48) & cum aliunde constet lunulam ACBGA æquari 7ax + 8ad (48) erit positâ ratione lunularum : y ad z : y ... z :: ax + 8ad (48) ... 7ax + 8ad (48) est autem ax + 8ad (48) ... 7ax + 8ad (48) :: x + 8d (48) ... 7x + 8d (48) Ergo y ... z :: x + 8d (48) ... 7x + 8d (48) atque adeo y ... z :: x + 8d ... 7x + 8d : sunt igitur lunulæ inter se ut summa peripheriæ Circuli ADBG & octupli Rectæ, ad summam Ejusdem octupli & septupli peripheriæ Circuli ADBG. Q. E. D.

PROPOSITIO V.

Lunula ADBFA est ad excessum quo lunula ACBGA superat ipsam ADBFA, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d. ad sextuplum ejusdem peripheriæ, lunula vero ACBGA ad eundem ex-

cessum

ceſſum ut ſumma ſeptupli peripheriæ Circuli ADBG & octupli Rectæ d, ad ſextuplum Ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Poſitâ Ratione lunulæ ADBFA ad ACBGA—ADBFA : : y ... z cum *per* 1. *hujus* ACBGA — ADBFA ſit æqualis ADBG — AFBC erit: y ... z : : ax+8ad (48) ... ax (8) eſt autem ax+8ad (48) ... ax (8) : : x+8d (48) ... x (8) Ergo y ... z : : x+8d (48) ... x (8) : : ſed x+8d (48) ... x (8) : : 8x+64d ... 48x. Ergo: y ... z : : 8x+64d ... 48x eſt autem 8x+64d ... 48x : : x+8d ... 6x Ergo y ... z : : x+8d 6x. atque adeò lunula ADBFA ad ACBGA—ADBFA ut ſumma octupli Rectæ d, & peripheriæ Circuli ADBG ad ſextuplum Ejusdem peripheriæ. Quod erat primo loco Demonſtrandum.

Poſitâ rurſus Ratione lunulæ ACBGA ad ACBGA—ADBFA : : y ... z erit y ... z : : 7ax+8ad (48) ... ax (8) ſed: 7ax+8ad (48) ... ax (8) : : 7x+8d (48) ... x (8) Ergo: y ... z : : 7x+8d (48) ... x (8) & y ... z : : 56x+64d ... 48x eſt autem 56x

 +64d

+64d ... 48x :: 7x+8d ... 6x, Ergo: y ... z :: 7x+8d ... 6x: est igitur lunula ACBGA ad ACBGA—ADBFA ut summa septupli peripheriæ Circuli ADBG & octupli Rectæ d, ad Ejusdem peripheriæ sextuplum. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO VI.

Lunula ADBFA est ad Curvilineum ADBCA sub arcubus concavis ADB, BCA comprehensum, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & octupli Rectæ d, ad differentiam, quâ peripheria decies septies multipla excedit idem octuplum: lunula verò ACBGA, ut summa septupli peripheriæ Circuli ADBG & octupli Rectæ d, ad differentiam, quâ eadem peripheria decies septies multipla excedit idem octuplum.

DEMONSTRATIO.

Cum enim segmentum ADB sit ⏜ ax —ad (6) semicirculus verò ACB ⏜ 3ax (16) erit Curvilineum ADBCA ex antè demonstratis ⏜ 17ax—8ad (48) positâ proinde

inde Ratione lunulæ ADBFA ad Curvilineum ADBCA ⅄ y ad z erit: y ... z :: ax+8ad (48) ... 17ax—8ad (48) est verò: ax+8ad (48) ... 17ax — 8ad (48) :: x+8d (48) ... 17x—8d (48) Ergo y ... z :: x+8d (48) ... 17x—8d (48) seu y ... z :: x+8d ... 17x—8d. lunula igitur AD BFA est ad Curvilineum ADBCA ut summa peripheriæ Circuli ADBG, & octupli Rectæ d. ad differentiam, quâ peripheria decies septies multipla excedit idem octuplum. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Si rursus ponatur Ratio lunulæ ACBGA ad Curvilineum ADBCA ⅄ y ad z, erit: y ... z :: 7ax+8ad (48) ... 17ax — 8ad (48) hincque y ... z :: 7x+8d (48) ... 17x—8d (48) est autem 7x+8d (48) ... 17x—8d (48) :: 7x+8d ... 17x — 8d Ergo: y ... z :: 7x+8d ... 17x—8d atque adeo ut lunula ACBGA ad Curvilineum ADBCA sub arcubus Concavis ADB, ACB. comprehensum, ita summa septupli peripheriæ Circuli ADBG & octupli Rectæ d, ad Differentiam, qua peripheria Circuli AD BG decies septies multipla excedit octuplum Rectæ d. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO VII.

Curvilineum ADBCA eſt ad Circulum ADBG, ut differentia, quâ peripheria Circuli ADBG decies ſepties multipla ſuperat octuplum Rectæ d, ad hanc ipſam peripheriam vigeſies quater multiplam: ad Circulum verò AFBC ut differentia qua peripheria Circuli ADBG decies ſepties multipla excedit octuplum Rectæ d, ad peripheriam Decies octies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Sit Ratio Curvilinei ADBCA ad Circulum ADBG ∽ y ad z. erit igitur y...z :: 17ax — 8ad (48)...ax (2) ſed 17ax — 8ad (48)...ax (2) :: 17ax — 8ad (24)...ax. Ergo y...z :: 17ax—8ad (24)... ax : eſt autem 17ax—8ad (24)... ax :: 17x—8d (24)... x Ergo y... z :: 17x—8d (24)... x & y...z :: 17x—8d... 24x Curvilineum igitur ADBCA eſt ad Circulum ADBG ut differentia quâ peripheria Circuli ADBG ſuperat octuplum Rectæ d,

ad

ad peripheriam vigesies quater multiplam. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Positâ Rursus Ratione Curvilinei ADBCA ad Circulum AFBC ~ y, ad z erit: y ... z :: 17ax—8ad (48)... 3ax (8) atque adeo: y... z :: 17ax—8ad (6)... 3ax sed 17ax—8ad (6)... 3ax :: 17ax—8ad ... 18ax, & 17ax—8ad... 18ax :: 17x —8d ... 18x Ergo: y... z :: 17x—8d ... 18x hincque ut Curvilineum ADBCA ad Circulum AFBC, ita differentia, quâ peripheria Circuli ADBG decies septies multipla excedit octuplum Rectæ d, ad peripheriam decies octies multiplam. Quod erat secundo loco Demonstandum.

PROPOSITIO VIII.

Segmentum ADB est ad lunulam ADBFA ut differentia, quâ octuplum peripheriæ Circuli ADBG superat octuplum Rectæ d, ad summam Ejusdem peripheriæ & octupli Rectæ: ad lunulam ACBGA verò ut eadem differentia ad summam septupli peripheriæ Circuli ADBG & octupli Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Cum enim ſit: ax—ad ... ax+8ad (8) :: ax—ad (6) ... ax+8ad (48) erit: 8ax—8ad ... ax+8ad :: ax—ad (6) ... ax+8ad (48) ſed 8ax—8ad ... ax+8ad :: 8x—8d ... x+8d Ergo: 8x—8d ... x+8d :: ax—ad (6) ... ax+8ad (48) Eſt autem ax—ad (6) ∽ ſegmento ADB. ax+8ad (48) verò ∽ lunulæ ADBFA, igitur ut Differentia, quâ octuplum peripheriæ Circuli ADBG excedit octuplum Rectæ d, ad ſummam Ejusdem octupli & peripheriæ: ita ſegmentum ADB ad lunulam ADBFA. Quod erat primo loco Demonſtrandum.

Præterea: quoniam lunula ACBGA eſt ∽ 7ax+8ad (48) erit: ax—ad ... 7ax+8ad (8) :: ax—ad (6) ... 7ax+8ad (48) atque adeo: 8ax—8ad ... 7ax+8ad :: ax—ad (6) ... 7ax+8ad (48) eſt autem 8ax—8ad ... 7ax+8ad :: 8x—8d ... 7x+8d igitur: 8x—8d ... 7x+8d :: ax—ad (6) ... 7ax+8ad (48) proindeque ut differentia, quâ octuplum peripheriæ Circuli ADBG ſuperat octuplum Rectæ d, ad ſummam ſeptupli Ejusdem peripheriæ & octupli Rectæ d, ita ſegmentum ADB, ad lunulam ACBGA. Quod erat ſecundo loco Demonſtrandum.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Segmentum ADB est ad Circulum ADBG ut Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG excedit Rectam d, ad Triplum Ejusdem peripheriæ, ad Consegmentum AGB verò ut hæc ipsa differentia ad summam Rectæ d, & dupli peripheriæ Circuli ADBG.

DEMONSTRATIO.

Nam cum segmentum ADB sit $\backsim$ ax — ad (6) erit auferendo segmentum ADB a Circulo ADBG: Consegmentum AGB $\backsim$ 2ax + ad (6) igitur primò x — d (6) ... x (2) :: ax — ad (6) ... ax (2) sicque 2x — 2d ... 6x :: ax — ad (6) ... ax (2) seu x — d ... 3x :: ax — ad (6) ... ax (2) est igitur segmentum ADB ad Circulum ADBG ut Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG excedit Rectam d, ad Triplum ejusdem peripheriæ. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Positâ secundò Ratione segmenti ADB ad Consegmentum AGB $\backsim$ y ad z, erit: y ... z :: ax — ad (6) ... 2ax + ad (6) est

autem x—d (6) ... 2x+d (6) : : ax—ad (6) ... 2ax+ad (6) hincque x—d ... 2x+d : : ax—ad (6) ... 2ax+ad (6) igitur y ... z : : x—d ... 2x+d : atque adeò, ut Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG excedit Rectam d, ad summam duplæ peripheriæ & Rectæ d, ita segmentum ADB ad Consegmentum AGB. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO X.

Segmentum ADB est ad Circulum AFBC, ut differentia, quâ quadruplum peripheriæ Circuli ADBG excedit quadruplum Rectæ d, ad ipsam peripheriam novies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim ax—ad (6) est ad 3ax (8) ut x—d (6) ad 3x (8) erit pariter; 8x—8d ... 18x : : ax—ad (6) ... 3ax (8) Ergo 4x—4d ... 9x : : ax—ad (6) ... 3ax (8) Est igitur ut differentia, quâ quadruplum peripheriæ Circuli ADBG excedit quadruplum Rectæ d, ad peripheriam novies multiplam ita segmentum ADB ad Circulum AFBC. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Lunula ADBFA eſt ad Conſegmentum AGB, ut ſumma peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad ſummam Ejusdem Octupli, & peripheriæ Circuli ADBG decies ſexies multiplæ, lunula ACBGA verò ut ſumma ſeptupli Ejusdem peripheriæ & Octupli Rectæ d, ad ſummam Ejusdem Octupli & peripheriæ decies ſexies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim $ax + 8ad$ (8) ad $2ax + ad$, ut lunula ADBFA ad Conſegmentum AGB igitur $ax + 8ad \ldots 16ax + 8ad$ :: lunula ADBFA . . . Conſegmentum AGB; ſed $ax + 8ad \ldots 16ax + 8ad$ :: $x + 8d \ldots 16x + 8d$. Ergo; $x + 8d \ldots 16x + 8d$ :: lunula ADBFA . . . Conſegmentum AGB: atque adeo ut lunula ADBFA ad Conſegmentum AGB, ita ſumma peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad ſummam Ejusdem Octupli & peripheriæ decies ſexies multiplæ. Quod Erat primo loco Demonſtrandum. Quoniam præterea lunula ACBGA

eſt

est ad Consegmentum AGB, ut $7ax+8ad$ (8) ad $2ax+ad$, erit quoque ut $7ax+8ad$ ad $16ax+8ad$, ita lunula ACBGA ad Consegmentum AGB, est autem $7ax+8ad$ ad $16ax+8ad$ ut summa septupli peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad summam Ejusdem Octupli & peripheriæ decies sexies multiplæ, igitur ut summa septupli peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d; ad summam Ejusdem Octupli & peripheriæ Decies sexies multiplæ ita lunula ACBGA ad Consegmentum AGB. Quod Erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO XII.

Consegmentum AGB est ad Circulum ADBG, ut summa Rectæ d, & dupli peripheriæ Circuli ADBG ad Triplum Ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Cùm enim Consegmentum AGB sit ad Circulum ADBG ut $2ax+ad$ (3) ad ax, erit etiam ut $2ax+ad$ ad $3ax$ ita Consegmentum AGB ad Circulum ADBG: sed ut $2ax+ad$ ad $3ax$ ita summa Rectæ d, & dupli peripheriæ Circuli ADBG ad Triplum Ejusdem peripheriæ, Ergo ut Consegmentum

tum

rum AGB ad Circulum ADBG ita summa Rectæ d, & dupli peripheriæ Circuli AD-BG, ad Triplum Ejusdem peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO XIII.

Si super EB Radio Circuli EDBG F. 2. sive huic æqualis ADBG velut Diametro descriptus sit Circulus EHBI, erunt lunulæ EDBHE. EIBGE ex intersectione Circulorum genitæ, ut differentia, quâ Octuplum Rectæ d, excedit peripheriam Circuli EDBG, ad summam Ejusdem Octupli & peripheriæ decies septies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Cùm enim ex hypothesi EB sit Radius Circuli EDBG, erit Circulus EHBI ∽ ax (8) atque adeo semicirculus EHB ∽ ax (16) segmentum verò EDB ∽ ax — 2ad (12) & Consegmentũ EGB ∽ 5ax + 2ad (12) auferendo autem segmentum EDB ex semicirculo EHB lunula EDBHE ∽ 8ad — ax (48) si verò auferatur Curvilineum EDBIE ∽ 7ax — 8ad (48) ex Circulo EDBG, erit lunula EIBGE ∽ 17ax + 8ad (48) quare ut 8d — x (48) ad

ad 17x+8d (48) ita lunula EDBHE ad lunulam EIBGE sed ut 8d—x (48) ad 17x+8d (48) ita 8d—x ad 17x+8d, Ergo ut 8d—x ad 17x+8d ita lunula EDBHE ad lunulam EIBGE. sunt igitur lunulæ EDBHE, EIBGE ut differentia, quâ Octuplum Rectæ d, excedit peripheriam Circuli EDBG ad summam Ejusdem Octupli & peripheriæ decies septies multiplæ. Q. E. D.

PROPOSITIO XIV.

Lunula EDBHE est ad EIBGE—EDBHE ut differentia, quâ Octuplum Rectæ d, superat peripheriam Circuli EDBG, ad hanc ipsam peripheriam decies octies multiplam, lunula verò EIBGE, ut summa Octupli Rectæ d, & peripheriæ Decies Septies multiplæ ad eandem peripheriam Decies octies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Nam cùm *per* 1. *hujus* EIBGE—EDBHE ∼ EDBG—EHBI, erit: ut 8ad—ax (6) ad 3ax ita lunula EDBHE ad EIBGE—EDBHE & ut 8ad—ax ad 18ax ita lunula EDBHE ad EIBGE—EDBHE est autem

8ad

8ad—ax ad 18ax ut 8d—x ad 18x igitur ut 8d—x ad 18x ita EDBHE ad EIBGE—EDBHE quare ut EDBHE ad EIBGE—EDBHE ita differentia quâ Octuplum Rectæ d, superat peripheriam Circuli EDBG ad Decies octies multiplum Ejusdem peripheriæ. Quòd Erat primo loco Demonstrandum. Præterea: lunula EIBGE est ad EIBGE—EDBHE ut 17ax+8ad (6) ad 3ax. Ergo ut 17ax+8ad ad 18ax, ita lunula EIBGE ad EIBGE—EDBHE. Sed ut 17ax+8ad ad 18ax ita 17x+8d ad 18x, igitur ut lunula EIBGE ad EIBGE—EDBHE ita 17x+8d, ad 18x atque adeo ut lunula EIBGE ad EIBGE—EDBHE ita summa Octupli Rectæ d, & peripheriæ Circuli EDBG decies septies multiplæ ad decies octies multiplum Ejusdem peripheriæ. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO XV.

Lunula EDBHE est ad Curvilineum EDBIE sub arcubus Concavis EDB, BIE contentum, ut differentia, qua Octuplum Rectæ d, excedit peripheriam Circuli EDBG ad Differentiam, quâ idem Octuplum minus

nus est septuplo Ejusdem peripheriæ: lunula vero EIBGE ut summa Octupli Rectæ d, & peripheriæ Circuli EDBG decies septies multiplæ, ad hanc ipsam differentiam quâ octuplum Rectæ d, minùs est peripheriâ septies multiplâ.

DEMONSTRATIO.

Est enim ut lunula EDBHE ad Curvilineum EDBIE ita 8d—x (48) ad 7x—8d (48) atque adeò ut 8d—x ad 7x—8d ita lunula EDBHE ad Curvilineum EDBIE. quare ut Differentia quo Octuplum Rectæ d, excedit peripheriam Circuli EDBG, ad differentiam quâ idem octuplum minùs est septuplo Ejusdem peripheriæ ita lunula EDBHE ad Curvilineum EDBIE. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Similiter, cùm sit: ut lunula EIBGE ad Curvilineum EDBIE ita 17x+8d (48) ad 7x—8d (48) erit etiam ut 17x+8d ad 7x—8d ita lunula EIBGE ad Curvilineum EDBIE, hincque ut summa Octupli Rectæ d, & peripheriæ Circuli EDBG decies septies multiplæ ad differentiam quâ idem octuplum minus est eâdem peripheriâ septies

pties multiplâ, ita lunula EIBGE ad Curvilineum EDBIE. Quod Erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO XVI.

Curvilineum EDBIE est ad Circulum EDBG ut excessus quo septupla peripheria Circuli EDBG superat Octuplum Rectæ d, ad hanc ipsam peripheriam vigesies quater multiplam: ad Circulum EHBI verò ut idem excessus ad sextuplum peripheriæ Circuli EDBG.

DEMONSTRATIO.

Nam cùm Curvilineum EDBIE sit ad Circulum EDBG ut 7ax—8ad (24) ad ax: erit pariter, ut 7ax—8ad ad 24ax ita Curvilineum EDBIE ad Circulum EDBG est autem ut 7ax—8ad ad 24ax ita 7x—8d ad 24x igitur ut 7x—8d ad 24x ita Curvilineum EDBIE ad Circulum EDBG, ac proinde ut excessus quo septuplum peripheriæ Circuli EDBG superat Octuplum Rectæ d, ad hanc ipsam peripheriam vigesies quater multiplum, ita Curvilineum EDBIE ad Circulum EDBG. Quod Erat primo loco Demonstrandum.

Præte-

Præterea, Curvilineum EDBIE est ad Circulum EHBI ut 7ax—8ad (6) ad ax igitur ut 7ax—8ad ad 6ax ita Curvilineum EDBIE ad Circulum EHBI sed ut 7ax—8ad ad 6ax ita 7x—8d ad 6x, quare ut 7x—8d ad 6x ita Curvilineum EDBIE ad Circulum EHBI: est igitur Curvilineum EDBIE ad Circulum EHBI ut idem excessus quo septuplum peripheriæ Circuli EDBG superat Octuplum Rectæ d, ad sextuplum Ejusdem peripheriæ. Quod Erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO XVII.

Segmentum EDB est ad lunulam EDBHE ut differentia, quâ Quadruplum peripheriæ Circuli EDBG superat Octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ hæc ipsâ peripheria minor est eodem Octuplo, ad lunulam EIBGE verò ut eadem Differentia, quâ quadruplum peripheriæ Circuli EDBG superat Octuplum Rectæ d, ad summam Ejusdem Octupli & peripheriæ decies septies multiplæ.

DE-

DEMONSTRATIO.

Cùm enim sit ut $ax - 2ad$ ad $8ad - ax$ (4) ita segmentum EDB ad lunulam EDBHE, erit etiam ut $4ax - 8ad$ ad $8ad - ax$ ita segmentum EDB ad lunulam EDBHE: sed, ut $4ax - 8ad$ ad $8ad - ax$ ita $4x - 8d$ ad $8d - x$, Ergo: ut $4x - 8d$ ad $8d - x$ ita segmentum EDB ad lunulam EDBHE, atque adeo ut segmentum EDB ad lunulam EDBHE, ita Differentia quâ Quadruplum peripheriæ Circuli EDBG superat Octuplum Rectæ d, ad excessum quo hæc ipsa peripheria minor est eodem Octuplo. Quod Erat primo loco Demonstrandum Similiter: ut segmentum EDB, ad lunulam EIBGE ita $ax - 2ad$ ad $17ax + 8ad$ (4) hincque ut segmentum EDB ad lunulam EIBGE; ita $4ax - 8ad$ ad $17ax + 8ad$; Est porrò $4ax - 8ad$ ad $17ax + 8ad$ ut $4x - 8d$ ad $17x + 8d$ igitur ut segmentum EDB, ad lunulam EIBGE, ita $4x - 8d$ ad $17 + 8d$, adeoque ut Differentia quâ Quadruplum peripheriæ Circuli EDBG excedit Octuplum Rectæ d, ad summam Ejusdem Octupli & peripheriæ decies septies multiplæ, ita segmentum EDB ad lunulam EIBGE. Quod Erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO XVIII.

Segmentum EDB eſt ad Circulum EDBG ut Differentia, quâ peripheria Circuli EDBG ſuperat duplum Rectæ d, ad ſextuplum Ejusdem peripheriæ, ad Conſegmentum EGB verò, ut Eadem differentia, ad ſummam quintupli peripheriæ Circuli EDBG & dupli Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Segmentum EDB enim eſt ad Circulum EDBG, ut ax—2ad (6) ad ax; hincque ut ax—2ad ad 6ax ita ſegmentum EDB ad Circulum EDBG; ſed ut ax—2ad ad 6ax, ita x—2d ad 6x, Ergo ut x—2d ad 6x, ita ſegmentum EDB ad Circulum EDBG: eſt igitur ut Differentia, quâ peripheria Circuli EDBG ſuperat Duplum Rectæ d, ad Ejusdem peripheriæ ſextuplum ita ſegmentum EDB, ad Circulum EDBG. Quod Erat primo loco Demonſtrandum.

Præteteà: Cum idem ſegmentum EDB ſit ad ſuum Conſegmentum EGB ut ax—2ad ad 5ax+2ad, ſitque: ut ax—2ad ad 5ax+2ad, ita x—2d ad 5x+2d, erit etiam

am ut segmentum EDB, ad Consegmentum EGB, ita x—2d ad 5x+2d: hincque ut Eadem Differentia, quâ peripheria Circuli EDBG excedit Duplum Rectæ d, ad summam Ejusdem Dupli & quintupli peripheriæ, ita segmentum EDB ad Consegmentũ EGB. Quod Erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO XIX.

Segmentum EDB est ad Circulum EHBI, ut Differentia, quâ duplum peripheriæ Circuli EDBG superat Quadruplum Rectæ d, ad Ejusdem Peripheriæ Triplum.

DEMONSTRATIO.

Est enim segmentum EDB ad Circulum EHBI, ut ax—2ad (3) ad ax (2) sed ax—2ad (3) est ad ax (2) ut 2ax—4ad ad 3ax, igitur segmentum EDB est ad Circulum EHBI, ut 2ax—4ad ad 3ax; est autem ut 2x—4d ad 3x, ita 2ax—4ad ad 3ax quare ut segmentum EDB, ad Circulum EHBI ita 2x—4d ad 3x: atque adeò ut EDB ad EHBI, ita Differentia quâ Duplum peripheriæ Circuli EDBG excedit Quadruplum Rectæ d, ad Ejusdem peripheriæ Triplum. Q.E.D.

PROPOSITIO XX.

Lunula EDBHE eſt ad Conſegmentum EGB ut Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, excedit peripheriam Circuli EDBG, ad ſummam Ejusdem Octupli & peripheriæ vigeſies multiplæ: lunula EIBGE verò ut ſumma Octupli Rectæ d, & peripheriæ Circuli EDBG decies ſepties multiplæ, ad ſummam Ejusdem Octupli & vigeſies multipli ipſius peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Quoniam lunula EDBHE eſt ad Conſegmentum EGB ut 8ad—ax (4) ad 5ax+2ad, erit pariter ut 8ad—ax ad 20ax+8ad ita lunula EDBHE ad Conſegmentum EGB, ſed ut 8d—x ad 20x+8d ita 8ad—ax ad 20ax+8ad, Igitur ut 8d—x ad 20x+8d ita lunula EDBHE ad Conſegmentum EGB: atque adeo ut Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, excedit peripheriam Circuli ED BG ad ſummam Ejusdem Octupli & peripheriæ vigeſies multiplæ, ita lunula ED BHE ad Conſegmentum EGB. Quod Erat primo loco Demonſtrandum. Pa-

Pariformiter, Cum lunula EIBGE, ſit ad Conſegmentum EGB, ut 17ax+8ad (4) ad 5ax+2ad, erit etiam: ut 17ax+8ad ad 20ax+8ad ita lunula EIBGE ad Conſegmentum EGB, eſt porrò 17ax+8ad ad 20ax+8ad ut 17x+8d ad 20x+8d. Ergò ut 17x+8d ad 20x+8d, ita lunula EIBGE ad Conſegmentum EGB, habet igitur lunula EIBGE ad Conſegmentum EGB eandem Rationem quam ſumma Octupli Rectæ d, & peripheriæ Circuli EDBG decies ſepties multiplæ, ad ſummam Ejusdem Octupli & vigeſies multipli Ejusdem peripheriæ. Quod Erat ſecundo loco Demonſtrandum.

PROPOSITIO XXI.

Conſegmentum EGB eſt ad Circulum EDBG, ut ſumma Quintupli peripheriæ & Dupli Rectæ d, ad ſextuplum Ejusdem Peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Nam Conſegmentum EGB, eſt ad Circulum EDBG ut 5ax+2ad (6) ad ax; eſt autem ut 5ax+2ad (6) ad ax ita 5ax+2ad ad 6ax, Igitur ut Conſegmentum EGB

ad Circulum EDBG, ita $5ax + 2ad$ ad $6ax$; sed ut $5x + 2d$ ad $6x$, ita $5ax + 2ad$ ad $6ax$ Ergo ut $5x + 2d$ ad $6x$, ita Consegmentum EGB ad Circulum EDBG. Est, itaque, Consegmentum EGB ad Circulum EDBG, ut summa Quintupli peripheriæ & Dupli Rectæ d, ad Ejusdem peripheriæ sextuplum. Q.E.D.

PROPOSITIO XXII.

F. 3. Si super latere CD Quadrati Circulo QDBG vel illi æquali ADBG inscripti describatur Circulus CNDR, lunulæ ex intersectione Circulorum genitæ, erunt ut Diameter ad summam Ejusdem Diametri & peripheriæ Circuli QDBG.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Circulus QDBG sit $\frown ax$ (2) erit Circulus CNDR $\frown ax$ (4) ipsum porrò segmentum CQD $\frown ax - 4aa$ (8) eoque ablato ex semicirculo CND, lunula C QDNC $\frown aa$ (2) Curvilineum CQDRC verò $\frown ax - 2aa$ (4) atque illo ablato ex Circulo QDBG, lunula CRDGC $\frown ax + 2aa$ (4) est igitur lunula CQDNC ad lunulam

nulam CRDGC ut Triangulum CBD ad ſummam Circuli CDBG & Ejusdem Trianguli CBD; ſed Circulus CDBG æquatur Rectangulo ſub Radio & ſemiperipheriâ, Ergo ut lunula CQDNC ad lunulam CR DGC ita Triangulum CDB ad ſummam Ejusdem Trianguli & Rectanguli ſub Radio & ſemiperipheria Circuli QDBG eſt autem hæc ipſa ſumma æqualis ſubduplo ſummæ Rectanguli ſub Radio & totâ peripheriâ & Quadrati Circulo QDBG inſcripti, quare ut Triangulum CDB ad ſubduplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & totâ peripheriâ & Quadrati Circulo QDBG inſcripti, ita lunula CQDNC ad lunulam CRDGC: hincque ut Quadratum Circulo QDBG inſcriptum ad ſummam Rectanguli ſub Radio & totâ peripheriâ Circuli QDBG & Ejusdem Quadrati; ita lunula CQDNC ad lunulam CRDGC; ſed ut Diameter, ad ſummam Ejusdem Diametri & peripheriæ, ita Quadratum Circulo QD BG inſcriptum ad ſummam Rectanguli ſub Radio & totâ peripheriâ & Ejusdem Quadrati: Ergo ut lunula CQDNC ad lunulam CRDGC ita Diameter ad ſummam Ejusdem Diametri & peripheriæ Circuli QDBG. Q. E. D.

PROPOSITIO XXIII.

Lunula CQDNC est ad Curvilineum CQDRC sub arcubus concavis CQD, CRD comprehensum, ut Diameter Circuli QDBG ad Differentiam, quâ peripheria Ejusdem Circuli superat Diametrum, lunula CRDGC verò, ut summa peripheriæ & Diametri, ad Eorundem differentiam.

DEMONSTRATIO.

Est enim lunula CQDNC ad Curvilineum CQDRC, ut Triangulum CDB, ad Differentiam, qua Circulus QDBG excedit Triangulum CDB: Ergo ut lunula CQDNC ad Curvilineum CQDRC, ita Triangulum CDB, ad subduplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheria Circuli QDBG superat Quadratum Eidem Circulo Inscriptum: hincque ut Quadratum Inscriptum ad Differentiam, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG excedit idem Quadratum, ita lunula CQDNC ad Curvilineum CQDRC. Est autem ut Quadratum Inscriptum ad Diffe-

Differentiam quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG excedit hoc ipsum Quadratum, ita Diameter ad differentiam, quâ peripheria Circuli QDBG major est Diametro: Ergo ut Diameter ad hanc differentiam, ita lunula CQDNC ad Curvilineum CQDRC. Quod Erat primo loco Demonstrandum.

Similiter, cum lunula CRDGC sit ad Curvilineum CQDRC ut summa Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG & Quadrati Eidem Circulo inscripti, ad Eorundem differentiam, erit etiam ut summa peripheriæ & Diametri ad Eorundem Differentiam, ita lunula CRDGC ad Curvilineum CQDRC. Quod Erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO XXIV.

Curvilineum CQDRC est ad Circulum QDBG ut Differentia, quâ peripheria excedit Diametrum ad duplum peripheriæ: ad Circulum CNDR verò ut Eadem Differentia ad ipsam peripheriam.

DEMONSTRATIO.

Curvilineum CQDRC enim est ad Circulum

culum QDBG, ut subduplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ excedit Quadratum inscriptum, ad Rectangulum sub Radio & peripheriâ Ergo ut hæc Differentia ad Rectangulum sub Diametro & peripheriâ ita Curvilineum CQDRC ad Circulum QDBG; sed hæc ipsa Differentia est ad Rectangulum sub diametro & peripheriâ, ut Differentia quâ peripheria excedit Diametrum ad duplum Ejusdem peripheriæ, Ergo ut Differentia quâ peripheria Excedit Diametrum ad Duplum peripheriæ, ita Curvilineum CQDRC ad Circulum QDBG. Quod Erat primo loco Demonstrandum.

Præterea, cùm Curvilineum CQDRC sit ad Circulum CNDR, ut Differentia, quâ Rectangulum sub Radio & circumferentiâ Circuli QDBG excedit Quadratum Eidem Circulo inscriptum, ad Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG, aliunde autem hæc Differentia ad hoc ipsum Rectangulum sit ut Differentia quâ peripheria Circuli QDBG superat Ejusdem Diametrum, ad peripheriam, Erit proinde Curvilineum CQDRC ad Circulum CND R ut Differentia, quâ peripheria Circuli QDBG excedit Ejusdem Diametrum

ad

ad ipsam peripheriam. Quod Erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO XXV.

Segmentum CQD est ad lunulam CQDNC ut Differentia, quâ peripheria Circuli QDBG excedit Duplum Diametri, ad idem Duplum, ad lunulam CRDGC verò ut Eadem Differentia ad summam Duplæ Diametri & Duplæ peripheriæ Circuli QDBG.

DEMONSTRATIO.

Nam segmentum CQD est ad lunulam CQDNC ut Differentia, qua Circulus CNDR excedit Triangulum CBD ad hoc ipsum Triangulum; est autem Differentia, quâ Circulus CNDR excedit Triangulum CBD æquale subquadruplo Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG superat Quadratum Diametri; Ergo ut subquadruplum Differentiæ qua Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG superat Quadratum Diametri ad Triangulum CDB, ita segmentum CQD ad lunulam CQDNC, atque

adeo,

adeo, ut Differentia, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG, excedit Quadratum Diametri ad hoc ipsum Quadratum, ita segmentum CQD ad lunulam CQDNC; sed Differentia, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG excedit Quadratum Diametri est ad Quadratum Ejusdem Diametri, ut Differentia quâ Circumferentia Circuli QDBG superat Duplum Diametri, ad idem Duplum: Ergo ut Differentia, quâ peripheria Circuli QDBG excedit duplum Diametri ad idem Duplum, ita segmentum CQD ad lunulam CQDNC. Quod Erat primo loco Demonstrandum.

Præterea segmentum CQD est ad lunulam CRDGC ut subduplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG superat Quadratum Diametri ad summam Rectanguli sub Radio & peripheriâ & Quadrati Inscripti, igitur ut Differentia quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG superat Quadratum Diametri ad summam Dupli hujus Rectanguli & Quadrati Diametri; ita segmentum CQD ad lunulam CRDGC, sed Differentia quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG supe-

ſuperat Quadratum Diametri eſt ad ſummam Dupli hujus Rectanguli & Quadrati Diametri, ut Differentia, quâ peripheria Circuli QDBG ſuperat Duplum Diametri, ad ſummam Duplæ peripheriæ Circuli QDBG & Duplæ Diametri, Ergo ut Differentia qua peripheria Circuli QDBG ſuperat Duplum Diametri ad ſummam Duplæ peripheriæ ejusdem Circuli Duplæque Diametri, ita ſegmentum CQD ad lunulam CRDGC. Quod Erat ſecundo loco Demonſtrandum.

PROPOSITIO XXVI.

Segmentum CQD, eſt ad Circulum QDBG, ut Differentia, quâ peripheria Ejusdem Circuli ſuperat Duplum Diametri, ad Quadruplum Ejusdem peripheriæ, ad ſuum Conſegmentum CGD verò ut Eadem Differentia ad ſummam Duplæ Diametri & Triplæ peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Cum enim ſegmentum CQD, ſit ad Circulum QDBG, ut ſubquadruplum Differentiæ quâ Rectangulum ſub Radio & peripheriæ

riphe-

ripheriâ Ejusdem Circuli excedit Quadratum Diametri ad hoc ipsum Rectangulum, erit pariter ut Differentia, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ excedit Quadratum Diametri ad Rectangulum sub Duplâ Diametro & ipsâ peripheriâ Circuli QDBG, ita segmentum CQD ad Circulum QDBG sed Differentia, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG excedit Quadratum Diametri est ad Rectangulum sub Duplâ Diametro & ipsâ peripheriâ Circuli QDBG, ut Differentia, quâ peripheria Ejusdem Circuli superat Duplum Diametri ad Quadruplum peripheriæ, igitur ut segmentum CQD ad Circulum QDBG ita est Differentia, quâ peripheria Ejusdem Circuli superat Duplum Diametri ad quadruplum Ejusdem peripheriæ. Quod Erat primo loco Demonstrandum.

Præterea, idem segmentum CQD est ad suum Consegmentum CGD, ut Differentia quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG superat Quadratum Diametri ad summam Ejusdem Quadrati & Rectanguli sub Triplo Radio & peripheriâ Circuli QDBG; est autem illa Differentia ad hanc summam ut Diffe-

rem-

rentia, quâ peripheria Circuli QDBG superat Duplum Diametri ad summam Duplæ Diametri & tripli peripheriæ, Ergo ut Differentia, quâ peripheria Circuli QDBG superat Duplum Diametri ad summam Duplæ Diametri & tripli peripheriæ, ita segmentum CQD ad suum Consegmentum CGD. Quod Erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO XXVII.

Segmentum CQD, est ad Circulum CNDR ut Differentia quâ peripheria Circuli QDBG superat Duplum Diametri, ad Duplum Ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Segmentum CQD enim est ad Circulum CNDR ut excessus quo Circulus QDBG superat Quadratum Eidem Circulo inscriptum, ad Duplum Circuli QDBG; est autem Duplum Circuli QDBG æquale Rectangulo sub Radio & peripheriâ Ejusdem Circuli, Ergo ut segmentum CQD ad Circulum CNDR ita est Differentia, quâ Circulus QDBG seu illi æquale Rectangulum

sub

ſub Radio & ſemiperipheriâ Ejusdem Circuli ſuperat Quadratum Eidem Circulo inſcriptum ad Rectangulum ſub Radio & totâ peripheriâ Circuli QDBG eſt autem hæc ipſa Differentia æqualis ſubduplo exceſsûs, quo Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Circuli QDBG ſuperat Quadratum Diametri, igitur ut ſubduplum hujus Exceſsûs ad Rectangulum ſub Radio & totâ peripheriâ Circuli QDBG, ita ſegmentum CQD ad Circulum CNDR atque adeo ut Differentia quâ Rectangulum ſub Radio & totâ peripheriâ Circuli QDBG excedit Quadratum Diametri ad Rectangulum ſub Diametro & eâdem peripheriâ, ita eſt ſegmentum CQD ad Circulum CNDR Eſt autem illa Differentia ad hoc Rectangulum ut exceſſus, quo peripheria Circuli QDBG ſuperat Duplam Diametrum ad Duplum peripheriæ Circuli QDBG Ergo ut hic ipſe exceſſus eſt ad Duplum peripheriæ Circuli QDBG, ita ſegmentum CQD ad Circulum CNDR. Q. E. D.

PROPOSITIO XXVIII.

Lunula CQDNC eſt ad Conſegmentum CGD ut dupla Diameter

ad

ad summam Ejusdem Dupli & Tripli peripheriæ Circuli QDBG, lunula CRDGC verò ut summa dupli Ejusdem peripheriæ & duplæ Diametri CB, ad summam Ejusdem Duplæ Diametri & Tripli peripheriæ Circuli QDBG.

DEMONSTRATIO.

Nam cum lunula CQDNC sit ad Consegmentum CGD ut Triangulum CBD ad subquadruplum summæ Rectanguli sub Radio & Triplâ peripheriâ Circuli QDBG & Quadrati Diametri, erit quoque idem Quadratum Diametri ad summam Rectanguli sub Radio & Triplâ peripheriâ Circuli QDBG & Quadrati Diametri, ut lunula CQDNC ad Consegmentum CGD, Est autem illud Quadratum ad hanc summam ut Dupla Diameter ad summam Ejusdem Duplæ Diametri & Triplæ peripheriæ Circuli QDBG, igitur ut Dupla Diameter ad hanc summam, ita lunula CQDNC ad Consegmentum CGD. Quod Erat primo loco Demonstrandum.

Similiter, lunula CRDGC est ad Consegmentum CGD ut summa dupli Circuli

QDBG, ſeu huic duplo æqualis Rectanguli ſub Radio & totâ peripheriâ Ejusdem Circuli, & Quadrati Eidem Circulo inſcripti, ad ſubduplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & Triplâ peripheriâ Circúli QDBG, & Quadrati Diametri, Ergo ſuma Rectanguli ſub Diametro & duplâ peripheriâ Circuli QDBG, atque Quadrati Ejusdem Diametri, eſt etiam ad ſummam Ejusdem Quadrati & Rectanguli ſub Radio & Triplâ peripheriâ Circuli QDBG, ut lunula CRD GC ad Conſegmentum CGD; ſed ſumma Quadrati Diametri & Rectanguli ſub Radio & duplâ peripheriâ Circuli QDBG eſt ad ſummam Ejusdem Quadrati Diametri & Rectanguli ſub Radio & Tripla peripheria Circuli QDBG, ut ſumma Duplæ peripheriæ & duplæ Diametri ad ſummam Ejusdem Duplæ Diametri & Triplæ peripheriæ Circuli QDBG, igitur ut ſumma Duplæ peripheriæ & Duplæ Diametri, ad ſummam Ejusdem Duplæ Diametri & Triplæ peripheriæ Circuli QDBG, ita lunula CRDGC ad Conſegmentum CGD.

Quod Erat ſecundo loco Demonſtrandum.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

Consegmentum CGD est ad Circulum QDBG ut summa Duplæ Diametri & Triplæ peripheriæ Circuli QDBG, ad Quadruplum Ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Consegmentum CGD sit ad Circulum QDBG ut subquadruplum summæ Quadrati Diametri & Rectanguli sub Radio & Triplâ peripheriâ Circuli QDBG ad Rectangulum sub Radio & peripheriâ Ejusdem Circuli, Ergo etiam ut summa Quadrati Diametri & Rectanguli sub Radio & Triplâ peripheriâ Circuli QDBG ad Rectangulum sub Duplâ Diametro & peripheriâ Ejusdem Circuli, ita Consegmentum CGD ad Circulum QDBG, est porrò illa summa ad hoc Rectangulum ut summa Triplæ peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri, ad Quadruplum peripheriæ, Ergo ut Consegmentum CGD ad Circulum QDBG ita est summa Triplæ peripheriæ Circuli QDBG & Duplæ Diametri ad Quadruplum Ejusdem peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO XXX.

F. 1. & 2. Si æquales Circulos ADBG, ED BG interſecent duo alij AFBC, EH BI quorum ille ſuper AB latere Trianguli Æquilateri Circulo ADBG inſcripti, hic verò ſuper EB Radio Ejusdem Circuli ſit deſcriptus, Erit ſegmentum ADB ad Circulum EH BI ut differentia quâ quadruplum peripheriæ ſuperat Quadruplum Rectæ d, ſub quâ & Radio Circuli ADBG comprehenſum Rectangulum æquatur Hexagono æquilatero Eidem Circulo inſcripto, ad Triplum Ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim ſegmentum ADB ad Circulum EHBI ut ſubtriplum Differentiæ quâ Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG vel huic æqualis EDBG excedit Hexagonum Æquilaterum Eidem Circulo inſcriptum, ad ſubquadruplum Rectanguli ſub Radio & peripheriâ Ejusdem Circuli ADBG, Ergo etiam ut Differentia quâ Rectangulum ſub Radio & Quadru-

plo

plo peripheriæ Circuli ADBG, excedit Quadruplum Hexagoni Eidem Circulo inſcripti, ad Rectagulum ſub Eodem Radio & Triplo peripheriæ, ita ſegmentum ADB ad Circulum EHBI; Eſt autem ut Differentia, quâ Rectangulum ſub Radio & Quadruplo peripheriæ Circuli ADBG excedit Quadruplum Hexagoni inſcripti, ad Rectangulum ſub Eodem Radio & Triplo peripheriæ Ejusdem Circuli ADBG, ita Differentia quâ Quadruplum hujus peripheriæ ſuperat Quadruplum Rectæ d, ad Triplum Ejusdem peripheriæ, Ergo ut ſegmentum ADB ad Circulum EHBI ita Differentia, quâ Quadruplum peripheriæ Circuli ADBG excedit Quadruplum Rectæ d, ad Ejusdem peripheriæ Triplum. Q.E.D.

PROPOSITIO XXXI.

Segmentum ADB eſt ad ſegmentum EDB, ut Differentia, quâ Duplum peripheriæ Circuli ADBG ſuperat Duplum Rectæ d, ad Differentiam quâ hoc ipſum Duplum Rectæ d, minus eſt peripheriâ Circuli ADBG.

DEMONSTRATIO.

Nam segmentum ADB est ad segmentum EDB ut Differentia, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli AD BG superat Hexagonum Eidem Circulo inscriptum ad subduplum Differentiæ, quâ Circulus ADBG major est Hexagono: Ergo ut Differentia, quâ Rectangulum sub Radio Circuli ADBG & duplo peripheriæ superat duplum Hexagoni, ad Differentiam, quâ idem duplum Hexagoni minus est Rectangulo sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG, ita segmentum ADB ad segmentum EDB, est autem ut Excessus quo duplum peripheriæ superat duplum Rectæ d, ad excessum quo idem duplum Rectæ d, minus est ipsâ peripheriâ Circuli AD BG, ita Differentia, quâ Rectangulum sub Radio & Duplo peripheriæ Circuli ADBG excedit duplum Hexagoni, ad Differentiam quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Ejusdem Circuli ADBG, superat idem duplum Hexagoni, Ergo ut segmentum ADB ad segmentum EDB, ita Differentiâ quâ duplum peripheriæ Circuli ADBG superat duplum Rectæ d, ad Differentiam quâ idem duplum Rectæ d, minus est ipsâ peripheriâ. Q.E.D.

PRO-

PROPOSITIO XXXII.

Segmentum ADB eſt ad Conſegmentum EGB, ut Differentia, quâ duplum peripheriæ Circuli ADBG ſuperat duplum Rectæ d, ad ſummam dupli Ejusdem Rectæ d, & quincupli ipſius peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Segmentum ADB eſt ad Conſegmentum EGB ut Differentia, quâ Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG ſuperat Hexagonum Eidem Circulo inſcriptum ad ſubduplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & quincuplâ peripheriâ Circuli ADBG & dupli Hexagoni Eidem Circulo inſcripti. Ergo ut Differentia quâ Rectangulum ſub Radio & Duplo peripheriæ excedit Duplum Hexagonum, ad ſummam Rectanguli ſub Eodem Radio & quincuplâ peripheriâ & Dupli Hexagoni ita eſt ſegmentum ADB, ad Conſegmentum EGB; eſt autem illa Differentia ad hanc ſummam, ut Differentia quâ Dupla peripheria excedit duplum Rectæ d, ad ſummam Dupli Ejusdem Rectæ

 & quin-

& quincupli peripheriæ. Ergo ut Differentia, quâ Duplum peripheriæ Circuli ADBG excedit Duplum Rectæ d, ad summam Dupli Ejusdem Rectæ & quincupli peripheriæ, ita segmentum ADB ad Consegmentum EGB. Q. E. D.

PROPOSITIO XXXIII.

Segmentum ADB, est ad lunulam EDBHE, ut Differentia quâ Octuplum peripheriæ Circuli ADBG superat Octuplum Rectæ d, ad Differentiam quâ Octuplum Ejusdem Rectæ excedit peripheriam Circuli ADBG, ad lunulam EIBGE verò; ut Differentia, quâ Octuplum peripheriæ superat Octuplum Rectæ d, ad summam Octupli Ejusdem Rectæ & peripheriæ Circuli ADBG Decies septies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Cum enim segmentum ADB sit ad lunulam EDHBE ut Differentiâ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG superat Hexagonum Eidem Circulo inscri-

inſcriptum, ad ſuboctuplum Differentiæ quâ Octuplum Hexagoni excedit Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Circuli A DBG, Erit etiam ut Differentia, quâ Octuplum Rectanguli ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG ſuperat Octuplum Hexagoni, ad Differentiam, quâ idem Octuplum Hexagoni excedit Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG ita ſegmentum ADB ad lunulam EDHBE; ſed hæ ipſæ Differentiæ ſunt ut Differentia, quâ Octuplum peripheriæ excedit Octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ Octuplum Ejusdem Rectæ, ſuperat peripheriam Circuli ADBG, Ergo ut Differentia quâ Octuplum peripheriæ Excedit Octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ Octuplum Ejusdem Rectæ excedit peripheriam Circuli ADBG, ita ſegmentum ADB ad lunulam E DHBE. Quod Erat primo loco Demonſtrandum.

Præterea Cum ſegmentum ADB, ſit ad lunulam EIBGE ut Differentia, quâ Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG excedit Hexagonum Eidem Circulo inſcriptum ad ſuboctuplum ſummæ Rectanguli ſub Eodem Radio & peripheriâ Decies ſepties multiplâ & Octupli

Hexa-

Hexagoni, Erit etiam ut Differentia quâ Rectangulum sub Radio & Octuplo peripheriæ Circuli ADBG excedit Octuplum Hexagoni Eidem Circulo inscripti, ad summam Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG Decies septies multiplâ & Octupli Hexagoni, ita segmentum ADB ad lunulam EIBGE, est verò illa Differentia ad hanc summam ut Differentia quâ Octuplum peripheriæ Circuli ADBG excedit Octuplum Rectæ d, ad summam Octupli Ejusdem Rectæ, & peripheriæ Circuli AD BG Decies septies multiplæ: Ergo ut Differentia, quâ Octuplum peripheriæ Circuli ADBG superat Octuplum Rectæ d, ad summam Octupli Ejusdem Rectæ & peripheriæ Circuli ADBG decies septies multiplæ, ita segmentum ADB ad lunulam EI BGE. Quod Erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO XXXIV.

Segmentum ADB est ad Curvilineum EDBIE sub arcubus Concacus EDB, BIE Comprehensum, ut Differentia, quâ Octuplum peripheriæ Circuli ADBG excedit Octuplum

plum Rectæ d, ad Differentiam quâ hoc idem Octuplum Rectæ minus est septuplo Ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Nam cum segmentum ADB sit ad Curvilineum EDBIE, ut Differentia, quâ Duplum Circuli ADBG seu huic æquale Rectangulum sub Radio & peripheriâ Ejusdem Circuli, superat Hexagonum inscriptum ad suboctuplum Differentiæ quâ Rectangulum sub Eodem Radio & septuplo peripheriæ, excedit Octuplum Hexagoni inscripti: erit quoque ut Differentia quâ Rectangulum sub Radio & Octuplo peripheriæ superat Octuplum Hexagoni inscripti, ad Differentiam quâ Rectangulum sub Eodem Radio & septuplo peripheriæ excedit Octuplum Hexagoni inscripti, ita segmentum ADB ad Curvilineum EDBIE, sed hæ Differentiæ sunt ut excessus quo Octuplum peripheriæ Circuli ADBG, superat Octuplum Rectæ d, ad Differentiam quâ hoc ipsum Octuplum Rectæ d, minus est septuplo peripheriæ, igitur ut Differentia quâ Octuplum peripheriæ Circuli ADBG excedit Octuplum Rectæ d, ad Differentiam quâ idem Octuplum Rectæ, minus

nus est ſeptuplo peripheriæ, ita ſegmentum ADB ad Curvilineum EDBIE. Q.E.D.

PROPOSITIO XXXV.

Lunula ADBFA eſt ad Circulum EHBI, ut ſumma peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad Ejusdem peripheriæ ſextuplum, lunula ACBGA verò ut ſumma Octupli Rectæ & ſeptupli peripheriæ, ad ſextuplum Ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Lunula ADBFA enim eſt ad Circulum EHBI ut ſubſextuplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG, & Octupli Hexagoni Eidem Circulo inſcripti, ad Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG: Ergo etiam ut ſumma Rectanguli ſub Radio & peripheriâ Ejusdem Circuli, & Octupli Hexagoni inſcripti, ad Rectangulum ſub Radio & ſextuplo Ejusdem peripheriæ, ita lunula ADBFA ad Circulum EHBI; eſt autem illa ſumma ad Rectangulum ſub Radio & ſextuplo peripheriæ Circuli ADBG, ut ſumma peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Re-

ctæ d, ad ſextuplum Ejusdem peripheriæ, Igitur ut hæc ipſa ſumma ad ſextuplum peripheriæ, ita eſt lunula ADBFA ad Circulum EHBI. Quod Erat primo loco Demonſtrandum. Similiter cùm lunula ACB GA ſit ad Circulum EHBI ut ſubſextuplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & ſeptuplo peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Hexagoni Eidem Circulo ADBG inſcripti, ad Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Ejusdem Circuli: Erit pariter ut ſumma Rectanguli ſub Radio & peripheriæ ſeptuplo & Octupli Hexagoni inſcripti, ad Rectangulum ſub Eodem Radio & ſextuplo peripheriæ Circuli ADBG, ita lunula ACBGA ad Circulum EHBI eſt autem illa ſumma ad hoc Rectangulum ut ſumma ſeptupli peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad ſextuplum Ejusdem peripheriæ, Ergo ut ſumma ſeptupli peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad ſextuplum Ejusdem Peripheriæ, ita lunula ACBGA ad Circulum EHBI. Quod Erat ſecundo loco Demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXVI.

Lunula ADBFA eſt ad ſegmentum EDB ut ſumma peripheriæ Circuli

culi ADBG & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ idem Octuplum minus est Quadruplo peripheriæ Ejusdem Circuli.

DEMONSTRATIO.

Cum enim lunula ADBFA sit ad segmentum EDB ut subquadruplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG & Octupli Hexagoni Eidem Circulo inscripti ad Differentiam quâ Rectangulum sub Eodem Radio & peripheriâ superat duplum Hexagoni: Ergo ut summa Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG, & Octupli Hexagoni Eidem Circulo inscripti, ad Differentiam quâ Rectangulum sub Eodem Radio & Quadruplâ peripheriâ superat Octuplum Hexagoni Circulo ADBG inscripti, ita lunula ADBFA ad segmentum EDB, est autem illa summa ad hanc Differentiam ut summa peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad Differentiam quâ idem Octuplum minus est Quadruplo Ejusdem peripheriæ, Igitur ut summa peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ idem Octuplum minus est

Qua-

Quadruplo Ejusdem peripheriæ, ita lunula ADBFA ad segmentum EDB. Q. E. D.

PROPOSITIO XXXVII.

Lunula ADBFA est ad Consegmentum EGB, ut summa peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad summam hujus Octupli & peripheriæ Ejusdem Circuli vicies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Lunula ADBFA est ad Consegmentum EGB ut subquadruplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli AD BG, & Octupli Hexagoni Eidem Circulo inscripti, ad summam Rectanguli sub Eodem Radio Circuli ADBG, & quincuplâ peripheriâ & dupli Ejusdem Hexagoni: Ergo ut summa Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG, & Octupli Hexagoni Eidem Circulo inscripti, ad summam Ejusdem Octupli & Rectanguli sub Eodem Radio & peripheriâ vicies multiplâ, ita lunula ADBFA ad Consegmentum EGB; sunt autem hæ ipsæ summæ ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ

d, ad

d, ad ſummam Ejusdem Octupli & peripheriæ vicies multiplæ, Igitur, ut lunula ADBFA ad Conſegmentum EGB ita ſumma peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad ſummam Ejusdem Octupli & peripheriæ Circuli ADBG vicies multiplæ. Q. E. D.

PROPOSITIO XXXVIII.

Lunula ADBFA eſt ad lunulam EDBHE ut ſumma peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad Eorundem Differentiam: ad lunulam EIBGE verò ut ſumma Octupli Rectæ d, & peripheriæ Circuli ADBG, ad ſummam Ejusdem Octupli & peripheriæ Decies ſepties multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Nam cùm lunula ADBFA ſit $\propto$ ax + 8ad (48) lunula EDBHE verò $\propto$ 8ad — ax (48) Erit ut ſumma Rectanguli ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG, & Octupli Hexagoni Eidem Circulo inſcripti, ad Differentiam quâ idem Octuplum ſuperat Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Circuli A DBG; ſed illa ſumma ad hanc Differentiam

eſt

est ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad Eorundem Differentiam: Ergo ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad Eorundem Differentiam, ita lunula ADBFA ad lunulam EDBHE. Quod Erat primo loco Demonstrandum. Præterea cum lunula EIBGE sit ⌒ 17ax+8ad (48.) Erit ut summa Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG & Octupli Hexagoni Eidem Circulo inscripti, ad summam Ejusdem Octupli & Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG decies septies multiplâ; ita lunula ADBFA ad lunulam EIBGE; sed hæ summæ eam habent Rationem quam summa peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad summam Ejusdem Octupli & peripheriæ decies septies multiplæ, Igitur ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad summam Ejusdem Octupli & peripheriæ decies septies multiplæ ita lunula ADBFA ad lunulam EIBGE. Quod Erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO XXXIX.

Lunula ADBFA est ad Curvilineum EDBIE sub arcubus Concavis E

DB, EIB contentum, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad Differentiam quâ idem Octuplum minus est septuplo Ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Curvilineum EDBIE enim est ⌒ 7ax—8ad (48.) Ergo lunula ADBFA est ad Curvilineum EDBIE ut summa Rectanguli sub Radio & peripheria Circuli ADBG, & Octupli Hexagoni Eidem Circulo inscripti, ad Differentiam quà Rectangulum sub Eodem Radio & septuplo peripheriæ Circuli ADBG, excedit Octuplum Hexagoni Eidem Circulo inscripti; sed illa summa ad hanc Differentiam est ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad excessum quo septuplum Ejusdem peripheriæ superat Octuplum Rectæ d, Ergo ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, quà septuplum Ejusdem peripheriæ superat Octuplum Rectæ, ita lunula ADBFA ad Curvilineum EDBIE. Q. E. D.

PROPOSITIO XL.

Curvilineum ADBCA est ad Circulum

culum EHBI ut Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG Decies septies multipla superat Octuplum Rectæ d, ad sextuplum Ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Est enim Curvilineum ADBCA ad Circulum EHBI ut subsextuplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG decies septies multiplâ superat Octuplum Hexagoni Eidem Circulo Inscripti ad Duplum Circuli ADBG, seu huic æquale Rectangulum sub Radio & peripheriâ Ejusdem Circuli, Ergo etiam ut Differentia, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG decies septies multiplâ superat Octuplum Hexagoni Eidem Circulo Inscripti, ad Rectangulum sub Eodem Radio & sextuplo peripheriæ, ita Curvilineum ADBCA ad Circulum EHBI, est autem illa Differentia ad hoc Rectangulum ut Differentia quâ peripheria Circuli ADBG decies septies multipla superat Octuplum Rectæ d, ad Ejusdem peripheriæ sextuplum: Igitur ut Curvilineum ADBCA ad Circulum EHBI, ita Differen-

tia, quâ peripheria Circuli ADBG decies septies multipla superat Octuplum Rectæ d, ad sextuplum Ejusdem peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO XLI.

Curvilineum ADBCA est ad segmentum EDB, ut Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG, Decies septies multipla excedit Octuplum Rectæ d, ad Differentiam quâ idem Octuplum minus est Quadruplo Ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Curvilineum ADCBA sit ad segmentum EDB, ut subquadruplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Decies septies multiplâ Circuli ADBG excedit Octuplum Hexagoni Eidem Circulo inscripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub Eodem Radio & peripheriâ excedit duplum Hexagoni, Erit pariter ut Curvilineum ADCBA, ad segmentum EDB, ita Differentia, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG decies septies multiplâ excedit Octuplum Hexagoni

ni, ad Differentiam, quâ idem Octuplum Hexagoni minus est Rectangulo sub Radio & Quadruplo peripheriæ Circuli AD BG; sunt autem hæ Differentiæ ut Differentia quâ peripheria decies septies multipla Ejusdem Circuli excedit Octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ idem Octuplum minus est quadruplo Ejusdem peripheriæ, Igitur ut Curvilineum ADBCA ad segmentum EDB, ita Differentia, quâ peripheria decies septies multipla excedit Octuplum Rectæ d, ad Differentiam quâ idem Octuplum minus est Quadruplo Ejusdem peripheriæ Q. E. D.

PROPOSITIO XLII.

Curvilineum ADBCA est ad Consegmentum EGB ut excessus, quo peripheria Circuli ADBG decies septies multipla superat Octuplum Rectæ d, ad summam Ejusdem Octupli & peripheriæ vicies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Curvilineum ADBCA enim est ad Consegmentum EGB ut subquadruplum Differentiæ quâ Rectangulum sub Radio &

peripheriâ Circuli ADBG decies septies multiplâ excedit Octuplum Hexagoni Eidem Circulo ADBG inscripti, ad summam dupli Hexagoni & Rectanguli sub Radio & quintuplo peripheriæ Circuli ADBG; sed illa Differentia ad hanc summam est ut Differentia quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG decies septies multiplâ excedit Octuplum Hexagoni Eidem Circulo inscripti ad summam Ejusdem Octupli & Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG vicies multipla: Ergo ut Differentia, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG decies septies multiplâ excedit Octuplum Hexagoni Eidem Circulo inscripti, ad summam Ejusdem Octupli & Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG vicies multiplâ, ita Curvilineum ADBCA ad Consegmentum EGB est autem illa Differentia ad hanc summam ut Excessus quo peripheria decies septies multipla superat Octuplum Rectæ d, ad summam Ejusdem Octupli & peripheriæ vicies multiplæ, Igitur ut Curvilineum ADBCA ad Consegmentum EGB, ita excessus quo peripheria Circuli ADBG decies septies multipla superat Octuplum Rectæ d, ad summam E-

jusdem

jusdem Octupli & peripheriæ vicies multiplæ. Q. E. D.

PROPOSITIO XLIII.

Curvilineum ADBCA est ad Lunulam EDBHE ut Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG, decies septies multipla superat Octuplum Rectæ d, ad excessum quo idem Octuplum majus est peripheriâ, ad lunulam EIBGE, verò ut eadem Differentia, quâ peripheria decies septies multipla excedit Octuplum Rectæ d, ad Eorundem summam.

DEMONSTRATIO.

Nam Curvilineum ADBCA est ad Lunulam EDBHE ut Differentia, quâ Rectangulum sub Radio Circuli ADBG & Ejusdem peripheriâ decies septies multiplâ excedit Octuplum Hexagoni Eidem Circulo inscripti, ad Differentiam quâ idem Octuplum superat duplum Circuli ADBG, seu huic æquale Rectangulum sub Radio & Ejusdem Circuli peripheriâ; sunt autem hæ Differentiæ ut Differentia quâ peripheria Circuli ADBG decies septies

 multi-

multipla excedit Octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ idem Octuplum superat peripheriam Circuli ADBG, Ergo ut hæ Differentiæ, ita Curvilineum ADB CA ad lunulam EDBHE. Quod Erat primo loco Demonstrandum.

Præterea, Curvilineum ADBCA est ad Lunulam EIBGE ut Differentia, quâ Rectangulum sub Radio Circuli ADBG & Ejusdem peripheriâ decies septies multiplâ excedit Octuplum Hexagoni inscripti, ad Eorundem summam; est autem illa Differentia ad hanc summam ut Differentia quâ peripheria Circuli ADBG Decies septies multipla excedit Octuplum Rectæ d, ad summam hujus Octupli & Ejusdem multipli peripheriæ; Ergo ut illa Differentia ad hanc summam, ita Curvilineum ADBCA ad Lunulam EIBGE. Quod Erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO XLIV.

Curvilineum ADBCA est ad Curvilineum EDBIE ut excessus quo peripheria Circuli ADBG decies septies multipla superat Octuplum Rectæ d, ad excessum quo Eadem peri-

peripheria septies multipla superat idem Octuplum.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Curvilineum ADBCA sit ad Curvilineum EDBIE ut Differentia quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG, decies septies multiplâ excedit Octuplum Hexagoni Eidem Circulo inscripti, ad Differentiam quâ Rectangulum sub Eodem Radio & peripheriâ septies multiplâ superat idem Octuplum; sint autem hæ Differentiæ ut excessus quo peripheria Circuli ADBG decies septies multipla superat Octuplum Rectæ d, ad Excessum quo Eadem peripheria septies multipla superat idem Octuplum, erit Igitur ut Curvilineum ADBCA ad Curvilineum ED BIE ita ille excessus ad hunc. Q. E. D.

PROPOSITIO XLV.

Consegmentum AGB, est ad Circulum EHBI ut summa Octupli peripheriæ Circuli ADBG & quadrupli Rectæ d, ad Triplum Ejusdem peripheriæ.

DE-

DEMONSTRATIO.

Est enim Consegmentum AGB ad Circulum EHBI ut subtriplum summæ Rectanguli sub Radio & Duplâ peripheriâ Circuli ADBG & Hexagoni Eidem Circulo inscripti, ad subquadruplum Rectanguli sub Eodem Radio & peripheriâ Circuli ADBG. Ergo etiam ut summa Rectanguli sub Radio & Octuplo peripheriæ Circuli ADBG, & Quadrupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti, ad Rectangulum sub Eodem Radio & Triplâ peripheriâ Circuli ADBG, ita Consegmentum AGB ad Circulum EHBI, est autem illa summa ad hoc Rectangulum ut summa Octupli peripheriæ Circuli ADBG, & Quadrupli Rectæ d, ad Triplum Ejusdem peripheriæ, Ergo ut Consegmentum AGB ad Circulum EHBI, ita summa Octupli peripheriæ Circuli ADBG & Quadrupli Rectæ d, ad Triplum Ejusdem peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO XLVI.

Consegmentum AGB est ad segmentum EDB, ut summa Quadrupli peripheriæ Circuli ADBG & Dupli Rectæ d, ad Excessum quo peripheri-

pheria Ejusdem Circuli superat idem Duplum.

DEMONSTRATIO.

Nam cum Consegmentum AGB sit ad segmentum EDB ut summa Rectanguli sub Radio & duplâ peripheriâ Circuli ADBG & Hexagoni Eidem Circulo Inscripti, ad subduplum Differentiæ quâ Rectangulum sub Radio & peripheria Circuli ADBG excedit duplum Ejusdem Hexagoni, erit pariter ut summa Rectanguli sub Radio & Quadruplâ peripheriâ Circuli ADBG & Dupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti ad Differentiam quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG excedit Duplum Ejusdem Hexagoni, ita Consegmentum AGB ad segmentum EDB, sed illa summa ad hanc Differentiam est ut summa Quadrupli peripheriæ Circuli ADBG & Dupli Rectæ d, ad Excessum quo peripheria Ejusdem Circuli superat idem Duplum, Ergo ut Consegmentum AGB, ad segmentum EDB, ita summa Quadrupli peripheriæ Circuli ADBG & Dupli Rectæ d, ad Excessum quo peripheria Ejusdem Circuli superat idem Duplum. Q.E.D.

PRO-

PROPOSITIO XLVII.

Consegmentum AGB est ad Consegmentum EGB, ut summa Quadruplæ peripheriæ Circuli ADBG & Dupli Rectæ d, ad sumam Quincupli Ejusdem peripheriæ & Dupli Ejusdem Rectæ.

DEMONSTRATIO.

Consegmentum AGB enim est ad Consegmentum EGB, ut summa Rectanguli sub Radio & duplâ peripheriâ Circuli ADBG & Hexagoni Eidem Circuli Inscripti, ad subduplum summæ Rectanguli sub Eodem Radio & Quincuplo peripheriæ & Dupli Hexagoni Inscripti; est autem ut summa Rectanguli sub Radio & Duplâ peripheriâ Circuli ADBG, & Hexagoni Eidem Circulo Inscripti ad subduplum summæ Rectanguli sub Eodem Radio & Quincuplo peripheriæ & Dupli Hexagoni Inscripti, ita summa dupli Hexagoni & Rectanguli sub Radio & Quadruplâ peripheriâ Circuli ADBG ad summam Ejusdem Dupli Hexagoni & Rectanguli sub Eodem Radio & Quincuplo peripheriæ, Ergo ut

hæ

hæ summæ, ita Consegmentum AGB, ad Consegmentum EGB, sunt autem hæ ipsæ summæ ut summa Duplæ Rectæ d, & Quadruplæ peripheriæ, ad summam Ejusdem dupli & Quincupli peripheriæ, Igitur ut Consegmentum AGB, ad Consegmentum EGB, ita summa Quadruplæ peripheriæ Circuli ADBG & Dupli Rectæ d, ad summam Ejusdem Dupli & Quincupli peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO XLVIII.

Consegmentum AGB est ad lunulam EDBHE, ut summa peripheriæ Circuli ADBG decies sexies multiplæ & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ idem Octuplum excedit ipsam peripheriam: ad lunulam EIBGE verò ut summa peripheriæ Circuli ADBG decies sexies multiplæ & Octupli Rectæ d, ad summam hujus Octupli & Ejusdem peripheriæ decies septies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Est enim Consegmentum AGB ad lunulam EDBHE ut summa Hexagoni Circulo

culo ADBG Inſcripti & Rectanguli ſub Radio Ejusdem Circuli & Duplâ peripheriâ, ad ſuboctuplum Differentiæ quâ Octuplum Hexagoni ſuperat Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG, Ergo etiam ut ſumma Rectanguli ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG decies ſexies multiplâ & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inſcripti, ad Differentiam, quâ idem Octuplum Hexagoni excedit Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG, ita Conſegmentum AGB ad lunulam ED BHE, eſt autem illa ſumma ad hanc Differentiam, ut ſumma Octuplæ Rectæ d, & peripheriæ Circuli ADBG decies ſexies multiplæ ad Differentiam quâ idem Octuplum ſuperat peripheriam, Igitur ut illa ſumma ad hanc Differentiam ita Conſegmentum AGB ad lunulam EDBHE. Quod Erat primo loco Demonſtrandum.

Præterea: Conſegmentum AGB eſt ad lunulam EIBGE ut ſumma Hexagoni Circulo ADBG inſcripti & Rectanguli ſub Radio Ejusdem Circuli & Duplâ peripheriâ, ad ſuboctuplum ſummæ Octupli Hexagoni & Rectanguli ſub Eodem Radio Circuli ADBG, & peripheriâ Decies ſepties multiplâ: atque adeo ut idem Conſegmentum

AGB

AGB ad lunulam EIBGE, ita summa Octupli Hexagoni Circulo ADBG Inscripti; & Rectanguli sub Radio Ejusdem Circuli & peripheriâ Decies sexies multiplâ, ad summam Ejusdem Octupli Hexagoni & Rectanguli sub Radio & peripheriâ Decies septies multiplâ, sed hæ summæ sunt ut summa Octupli Rectæ d, & peripheriæ Circuli ADBG Decies sexies multiplæ, ad summam Ejusdem Octupli & peripheriæ Decies septies multiplæ, Igitur ut hæ summæ, ita Consegmentum AGB ad lunulam EIBGE. Quod Erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO XLIX.

Consegmentum AGB, est ad Curvilineum EDBIE, ut summa Octupli Rectæ d, & peripheriæ Circuli ADBG decies sexies multiplæ ad Differentiam quâ septuplum peripheriæ excedit idem Octuplum.

DEMONSTRATIO.

Consegmentum AGB, enim est ad Curvilineum EDBIE, ut summa Hexagoni Circulo ADBG Inscripti, & Rectanguli sub

Radio & Duplâ peripheriâ Ejusdem Circuli, ad subocтuplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Eodem Radio & peripheriâ septuplâ, excedit Octuplum Ejusdem Hexagoni: hincque ut Consegmentum AGB ad Curvilineum EDBIE, ita summa Octupli Hexagoni Circulo ADBG Inscripti, & Rectanguli sub Radio Ejusdem Circuli & peripheriâ decies sexies multiplâ ad Differentiam, quâ Rectangulum sub Eodem Radio & septuplâ peripheriâ Circuli ADBG excedit Octuplum Hexagoni eidem Circulo inscripti; Est autem summa illa ad hanc Differentiam ut summa peripheriæ Circuli ADBG decies sexies multiplæ & Octupli Rectæ d, ad Differentiam quâ septuplum hujus peripheriæ excedit idem Octuplum: Ergo ut Consegmentum AGB ad Curvilineum EDBIE, ita summa peripheriæ Circuli ADBG decies sexies multiplæ & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ hujus peripheriæ septuplum excedit idem Octuplum. Q. E. D.

PROPOSITIO L.

Lunula ACBGA est ad Circulum EHBI ut summa septupli peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad

ad sextuplum Ejusdem Peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Cùm enim lunula ACBGA sit ad Circulum EHBI ut subsextuplum summæ Rectanguli sub Radio & septuplo peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti ad Duplum Circuli ADBG seu huic æquale Rectangulum sub Radio & peripheriâ Ejusdem Circuli, erit etiam ut summa Rectanguli sub Radio & septuplâ peripheriâ Circuli ADBG & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti ad Rectangulum sub Eodem Radio & sextuplo peripheriæ Circuli ADBG, ita lunula AC BGA ad Circulum EHBI, sed illa summa ad hoc Rectangulum est ut summa Octupli Rectæ d, & septuplæ peripheriæ Circuli ADBG ad sextuplum Ejusdem peripheriæ, Igitur ut lunula ACBGA ad Circulum EHBI ita summa septupli peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad sextuplum Ejusdem Peripheriæ. Q.E.D.

PROPOSITIO LI.

Lunula ACBGA est ad Segmentum EDB, ut summa septuplæ peri-

 phe-

pheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad Differentiam quâ Quadruplum Ejusdem Peripheriæ superat idem Octuplum.

DEMONSTRATIO.

Nam lunula ACBGA est ad Segmentum EDB, ut subquadruplum summæ Rectanguli sub Radio & septuplâ peripheriâ Circuli ADBG & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti, ad Differentiam quâ Rectangulum sub Eodem Radio & peripheriâ Circuli ADBG excedit duplum Ejusdem Hexagoni, undè: ut summa Rectanguli sub hoc ipso Radio & septuplâ peripheriâ Circuli ADBG & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub Eodem Radio & Quadruplâ peripheriâ excedit Octuplum Hexagoni Circulo ADBG Inscripti, ita lunula AC BGA ad Segmentum EDB, Est autem illa summa ad hanc Differentiam ut summa septuplæ peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad Differentiam qua Quadruplum hujus peripheriæ excedit idem Octuplum, Igitur ut lunula ACBGA ad Segmentum EDB, ita summa septuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ

d, ad

d, ad Differentiam quâ Quadruplum Ejusdem Peripheriæ superat idem Octuplum, Q. E. D.

PROPOSITIO LII.

Lunula ACBGA est ad Consegmentum EGB, ut summa septuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad summam Ejusdem Octupli & peripheriæ vicies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Est enim lunula ACBGA ad Consegmentum EGB ut subquadruplum summæ Rectanguli sub Radio & septuplo peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti, ad summam Dupli Hexagoni & Rectanguli sub Eodem Radio & Quincuplo peripheriæ, hincque ut summa Rectanguli sub Radio & septuplâ peripheriâ Circuli ADBG & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti, ad summam Ejusdem Octupli & Rectanguli sub hoc ipso Radio & peripheriâ vicies multiplâ ita lunula ACBGA ad Consegmentum EGB sed hæ summæ sunt ut summa septuplæ peri-

 pheriæ

pheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad summam Ejusdem Octupli & peripheriæ vicies multiplæ, Igitur ut lunula ACBGA ad consegmentum EGB, ita summa septuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad summam Ejusdem Octupli & peripheriæ vicies multiplæ. Q. E. D.

PROPOSITIO LIII.

Lunula ACBGA est ad lunulam EDBHE ut summa septuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad Differentiam quâ hoc Octuplum excedit Eandem peripheriam, ad lunulam EIBGE verò ut Eadem summa ad summam Octupli Rectæ d, & peripheriæ Circuli ADBG decies septies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Lunula ACBGA, enim est ad lunulam EDBHE, ut summa Rectanguli sub Radio Circuli ADBG & peripheriâ Ejusdem Circuli septuplâ & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti, ad Differentiam quâ idem Octuplum excedit Rectangulum sub Eodem

dem Radio & peripheriâ Circuli ADBG, eſt autem ſumma illa ad hanc Differentiam ut ſumma ſeptuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Octuplæ Rectæ d, ad Differentiam quâ Idem Octuplum excedit peripheriam Circuli ADBG, Igitur ut ſumma ſeptuplæ peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, qua hoc Octuplum excedit peripheriam, ita lunula ACBGA, ad lunulam EDBHE. Quod erat primo loco Demonſtrandum.

Præterea lunula ACBGA eſt ad lunulam EIBGE, ut ſumma Rectanguli ſub Radio Circuli ADBG & ſeptuplâ Ejusdem Circuli peripheriâ & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inſcripti, ad ſummam Ejusdem Octupli & Rectanguli ſub Eodem Radio & peripheriâ Circuli ADBG decies ſepties multiplâ, ſed hæ ſummæ ſunt ut ſumma ſeptuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad ſummam Ejusdem Octupli & peripheriæ Circuli ADBG decies ſepties multiplæ, Ergo ut ſumma ſeptuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Octuplæ Rectæ d, ad ſummam hujus Octupli & Ejusdem peripheriæ decies ſepties multiplæ ita lunula ACBGA ad lunulam EIBGE. Quod Erat ſecundo loco Demonſtrandum.

PROPOSITIO LIV.

Lunula ACBGA est ad Curvilineum EDBIE ut summa septuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Octuplæ Rectæ d, ad Earundem Differentiam.

DEMONSTRATIO.

Cum enim lunula ACBGA sit ad Curvilineum EDBIE ut summa Rectanguli sub Radio & septuplâ peripheriâ Circuli AD BG & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti, ad Eorundem Differentiam; aliunde verò summa illa ad hanc Differentiam sit ut summa septuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Octuplæ Rectæ d, ad Earundem Differentiam, Erit etiam lunula AC BGA ad Curvilineum EDBIE ut summa septuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Octuplæ Rectæ d, ad Earundem Differentiam. Q. E. D.

PROPOSITIO LV.

F. 1. & 3. Si æquales Circulos ADBG, QD BG intersecent duo alij AFBC, CN DR, quorum ille super AB latere Triangu-

anguli Æquilateri, hic verò ſuper CD latere Quadrati Circulo ADBG inſcripti ſit deſcriptus, erit Segmentum ADB ad Circulum CNDR, ut Differentia, quâ duplum peripheriæ Circuli ADBG ſuperat Duplum Rectæ d, ſub quâ & Radio Ejusdem Circuli comprehenſum Rectangulum æquatur Hexagono æquilatero Eidem Circulo Inſcripto, ad Triplum Ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim *per 30. hujus*, ſegmentum ADB ad Circulum EHBI, (F. 2.) ut Differentia, quâ Quadruplum peripheriæ Circuli ADBG, excedit quadruplum Rectæ d, ad triplum Ejusdem peripheriæ. Ergo ut ſegmentum ADB ad duplum Circuli EHBI, ita Differentia, quâ Quadruplum peripheriæ Circuli ADBG, excedit Quadruplum Rectæ d, ad ſextuplum Ejusdem peripheriæ; eſt autem illa Differentia ad hoc ſextuplum, ut Differentia quâ duplum peripheriæ Circuli ADBG, ſuperat duplum Rectæ d, ad triplum Ejusdem peripheriæ, Igitur ut Differentia, quâ duplum peripheriæ

 Circu-

Circuli ADBG superat Duplum Rectæ d, ad triplum Ejusdem peripheriæ, ita segmentum ADB, ad Duplum Circuli EHBI; sed Circulus CNDR æquatur duplo Circuli EHBI, Igitur ut segmentum ADB ad Circulum CNDR, ita Differentia, quâ duplum peripheriæ Circuli ADBG excedit Duplum Rectæ d, ad Triplum Ejusdem peripheriæ, Q. E. D.

PROPOSITIO LVI.

Segmentum ADB est ad Segmentum CQD ut Differentia, quâ Quadruplum peripheriæ Circuli ADBG, excedit Quadruplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ Triplum Ejusdem peripheriæ superat sextuplum Diametri CB.

DEMONSTRATIO.

Nam Segmentum ADB est ad Segmentum CQD ut subtriplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG excedit Hexagonum Eidem Circulo inscriptum ad subquadruplum Differentiæ, quâ idem Rectangulum superat Quadratum Diametri CB; atque adeò ut Diffe-

Differentia, quâ Quadruplum hujus Rectanguli excedit Quadruplum Ejusdem Hexagoni ad Differentiam, qua Rectangulum sub Radio EQ & triplâ peripheriâ Circuli ADBG excedit Triplum Quadratum Diametri CB, ita segmentum ADB ad segmentum CQD, sed hæ Differentiæ sunt ut Differentia quâ Quadruplum peripheriæ Circuli ADBG, superat Quadruplum Rectæ d, ad Differentiam qua Triplum Ejusdem peripheriæ excedit sextuplum Diametri CB; Ergo ut hæ Differentiæ, ita segmentum ADB ad segmentum CQD. Q. E. D.

PROPOSITIO LVII.

Segmentum ADB est ad Consegmentum CGD ut Differentia, quâ Quadruplum peripheriæ Circuli ADBG, superat Quadruplum Rectæ d, ad summam noncupli Ejusdem peripheriæ & sextupli Diametri CB.

DEMONSTRATIO.

Segmentum ADB enim est ad Consegmentum CGD ut subtriplum Differentiæ quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circu-

Circuli ADBG ſuperat Hexagonum Eidem Circulo Inſcriptum, ad ſubquadruplum ſummæ Rectanguli ſub Eodem Radio & Triplo peripheriæ & Quadrati Diametri CB Igitur ut Differentia, quâ Rectangulum ſub Radio EQ & Quadruplo peripheriæ Circuli ADBG excedit Quadruplum Hexagoni Eidem Circulo Inſcripti ad ſummam Tripli Quadrati ipſius Diametri & Rectanguli ſub Eodem Radio & Noncuplo peripheriæ Circuli ADBG, ita ſegmentum ADB ad Conſegmentum CGD, Eſt autem ut illa Differentia ad hanc ſummam ita Differentia quâ Quadruplum peripheriæ Circuli ADBG, ſuperat Quadruplum Rectæ d, ad ſummam Noncupli Ejusdem peripheriæ & ſextupli Diametri CB, Igitur ut ſegmentum ADB ad Conſegmentum CGD ita Differentia, quâ Quadruplum peripheriæ Circuli ADBG ſuperat Quadruplum Rectæ d, ad ſummam Noncupli Ejusdem peripheriæ & ſextuplæ Diametri CB. Q. E. D.

PROPOSITIO LVIII.

Segmentum ADB eſt ad Lunulam CQDNC ut Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG excedit Rectam

ctam d, ad Triplum Radij Ejusdem Circuli, ad Lunulam CRDGC verò ut Differentia, quâ Duplum peripheriæ Circuli ADBG ſuperat Duplum Rectæ d, ad ſummam Tripli Ejusdem peripheriæ, & Triplæ Diametri CB.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Segmentum ADB ſit ad lunulam CQDNC, ut ſubtriplum Differentiæ, quâ Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG excedit Hexagonum Eidem Circulo Inſcriptum, ad Quadratum Radij EQ, erit etiam ut Differentia quâ Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG ſuperat Hexagonum Eidem Circulo Inſcriptum, ad Quadratum ſub AB (F. 1.) latere Trianguli Æquilateri Circulo ADBG inſcripti comprehenſum, ita ſegmentum ADB ad lunulam CQDNC; eſt autem Quadratum ſub AB comprehenſum æquale Triplo Quadrati Radij EQ, Igitur ut illa Differentia ad Triplum Quadrati ſub Radio EQ, ita ſegmentum ADB, ad lunulam CQDNC ſed hæc ipſa Differentia ad Triplum Quadrati ſub Radio EQ, eſt ut Diffe-

Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG superat Rectam d, ad Triplum Radij Ejusdem Circuli, Igitur ut illa Differentia ad hoc Triplum, ita ſegmentum ADB, ad lunulam CQDNC. Quod Erat primo loco Demonſtrandum.

Præterea, ſegmentum ADB eſt ad lunulam CRDGC ut ſubtriplum Differentiæ, quâ Rectangulum ſub Radio & peripheria Circuli ADBG excedit Hexagonum Eidem Circulo Inſcriptum, ad ſubduplum ſummæ Ejusdem Rectanguli & Quadrati CDBG, Igitur ut Differentia quâ Rectangulum ſub Radio Circuli ADBG & duplo peripheriæ Ejusdem Circuli, excedit duplum Hexagonum, ad ſummam Rectanguli ſub Eodem Radio, & Triplo peripheriæ Ejusdem Circuli, & ſextupli Quadrati ſub hoc ipſo Radio comprehenſi, ita Segmentum ADB ad lunulam CRDGC; Eſt autem illa Differentia ad hanc ſummam ut Differentia quâ dupla peripheria Circuli ADBG excedit duplum Rectæ d, ad ſummam Tripli Ejusdem peripheriæ & Triplæ Diametri Circuli ADBG, Igitur ut illa Differentia ad hanc ſummam, ita ſegmentum ADB ad lunulam CRDGC. Quod Erat ſecundo loco Demonſtrandum.

PRO-

PROPOSITIO LIX.

Segmentum ADB, eſt ad Curvilineum CQDRC, ut Differentia, quâ Duplum peripheriæ Circuli ADBG, excedit Duplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ Triplum peripheriæ ſuperat triplum Diametri Ejusdem Circuli.

DEMONSTRATIO.

Nam ſegmentum ADB eſt ad Curvilineum CQDRC ut ſubtriplum Differentiæ, quà Rectangulum ſub Radio & peripherià Circuli ADBG ſuperat Hexagonum Eidem Circulo Inſcriptum, ad ſubduplum Differentiæ, quà idem Rectangulum ſuperat Quadratum CDBG, Igitur ut Differentia, quà Rectangulum ſub hoc Radio & duplo Ejusdem peripheriæ, excedit duplum Hexagoni, ad Differentiam, quà Rectangulum ſub Radio & Triplo Ejusdem peripheriæ, excedit ſextuplum Quadrati ſub ipſo Radio comprehenſi, ita ADB ad CQDRC; ſunt autem hæ Differentiæ, ut Differentia, quà dupla peripheria Circuli ADBG ſuperat duplum Rectæ d, ad Differentiam quà Triplum Ejusdem peri-

peripheriæ excedit Triplum Diametri, Igitur ut Differentia, quâ Dupla peripheria Circuli ADBG, excedit duplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ Triplum Ejusdem peripheriæ, superat Triplum Diametri, ita segmentum ADB ad Curvilineum CQDRC. Q. E. D.

PROPOSITIO LX.

Lunula ADBFA est ad Circulum CNDR, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad Eandem peripheriam duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Cum enim lunula ADBFA, sit ad Circulum CNDR ut duodecies submultiplum summæ Rectanguli sub Radio Circuli ADBG & peripheriâ Ejusdem Circuli & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti, ad idem Rectangulum, Erit etiam ut summa Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG, & Octupli Hexagoni, ad Rectangulum sub Eodem Radio & peripheriâ Ejusdem Circuli duodecies multiplâ, ita lunula ADBFA ad Circulum CNDR,

Est

Est autem illa summa ad hoc Rectangulum ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad Eandem peripheriam duodecies multiplam, Igitur ut lunula ADBFA ad Circulum CNDR ita summa peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad Eandem peripheriam duodecies multiplam. Q. E. D.

PROPOSITIO LXI.

Lunula ADBFA, est ad segmentum CQD, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ sextuplum Ejusdem peripheriæ, excedit Diametrum Circuli ADBG duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Est enim lunula ADBFA ad segmentum CQD, ut subsextuplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG, & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti, ad Differentiam, quâ Idem Rectangulum excedit Quadratum Diametri, Ergo etiam ut summa Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG & Octupli Hexago-

agoni Eidem Circulo Inſcripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum ſub Eodem Radio & ſextuplâ peripheriâ Circuli AD BG, excedit ſextuplum Quadrati ſub Diametro Ejusdem Circuli comprehenſi, ita lunula ADBFA ad ſegmentum CQD; ſed illa ſumma eſt ad hanc Differentiam, ut ſumma peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ ſextuplum Ejusdem peripheriæ Excedit Diametrum duodecies multiplam, Ergo ut lunula ADBFA, ad ſegmentum CQD, ita ſumma peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ ſextuplum Ejusdem peripheriæ excedit Diametrum duodecies multiplam. Q. E. D.

PROPOSITIO LXII.

Lunula ADBFA eſt ad Conſegmentum CGD ut ſumma peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad ſummam Ejusdem peripheriæ decies octies, & Diametri duodecies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Lunula ADBFA enim eſt ad Conſegmentum

tum CGD, ut subsextuplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG, & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti, ad summam Rectanguli sub Eodem Radio & Triplâ peripheriâ Circuli ADBG, & Quadrati sub Diametro comprehensi, sed hæ ipsæ summæ sunt ut summa Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG, & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti, ad summam Rectanguli sub Eodem Radio & peripheriâ Circuli ADBG decies octies multiplâ & sextupli Quadrati sub Diametro comprehensi, Igitur ut hæ summæ, ita lunula ADBFA ad Consegmentum CGD; sunt autem hæ summæ, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad summam Ejusdem peripheriæ decies octies, & Diametri duodecies multiplæ, Igitur ut lunula ADBFA ad Consegmentum CGD, ita summa peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad summam Ejusdem peripheriæ decies octies, & Diametri duodecies multiplæ. Q. E. D.

PROPOSITIO LXIII.

Lunula ADBFA est ad lunulam CQDNC, ut summa peripheriæ Circuli

culi QDBG, vel huic æqualis ADB G, & Octupli Rectæ d, ad Diametrum Ejusdem Circuli duodecies multiplam, ad lunulam CRDGC, verò ut ſumma Ejusdem peripheriæ & Octupli Rectæ d, ad ſummam hujus peripheriæ duodecies, & Diametri etiam duodecies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Nam lunula ADBFA eſt ad lunulam C QDNC ut vicies quater ſubmultiplum Rectanguli ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG & Octupli Hexagoni Eidem Circulo inſcripti, ad Quadratum Radij Ejusdem Circuli; Eſt autem illa ſumma ad hoc Quadratum, ut ſumma Rectanguli ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG, & Octupli Hexagoni Inſcripti ad ſextuplum Quadratæ Diametri Ejusdem Circuli, Igitur, ut illa ſumma ad hoc ſextuplum, ita lunula ADBFA ad lunulam CQDNC, ſed illa ſumma ad hoc ipſum ſextuplum eſt ut ſumma peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad Diametrum Ejusdem Circuli duodecies multiplam, Igitur ut ſumma peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Re-

ctæ

ctæ d, ad Diametrum duodecies multiplam ita lunula ADBFA ad lunulam CQDNC. Quod Erat primo loco Demonstrandum.

Præterea, cum lunula ADBFA sit ad lunulam CRDGC, ut duodecies submultiplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheria Circuli ADBG & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti, ad summam Ejusdem Rectanguli & Quadrati Inscripti CDGB, erit etiam ut summa Ejusdem Rectanguli & Octupli Hexagoni Inscripti, ad summam Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG duodecies multiplâ, & sextupli Quadrati sub Diametro Ejusdem Circuli comprehensi, ita lunula ADBFA ad lunulam CRDGC, sed hæ summæ sunt ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad summam Ejusdem peripheriæ duodecies, & Diametri etiam duodecies multiplæ, Igitur ut hæ summæ, ita lunula ADBFA ad lunulam CRDGC. Quod Erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO LXIV.

Lunula ADBFA est ad Curvilineum CQDRC, ut summa peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d,

ad Differentiam, quâ Eadem peripheria duodecies, Excedit Diametrum Ejusdem Circuli etiam duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Lunula ADBFA enim est ad Curvilineum CQDRC, ut duodecies submultiplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheria Circuli ADBG, & Octupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti ad Differentiam, quâ idem Rectangulum excedit Quadratum Inscriptum CDGB, Ergo ut summa hujus Rectanguli & Octupli Hexagoni Inscripti ad Differentiam quâ Rectangulum sub Radio & peripheria Circuli ADBG duodecies multipla, superat sextuplum Quadrati sub Diametro Ejusdem Circuli comprehensi, ita lunula ADBFA, ad Curvilineum CQDRC; est autem illa summa ad hanc Differentiam, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ Eadem peripheria duodecies, excedit Diametrum Ejusdem Circuli etiam duodecies multiplam, Igitur ut lunula ADBFA ad Curvilineum CQDRC, ita summa peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ Eadem

dem peripheria duodecies, excedit Diametrum Ejusdem Circuli etiam duodecies multiplam. Q. E. D.

PROPOSITIO LXV.

Curvilineum ADBCA est ad Circulum CNDR ut Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG decies septies multipla superat Octuplum Rectæ d, ad Eandem peripheriam duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Est enim Curvilineum ADBCA ad Circulum CNDR ut duodecies submultiplum Differentiæ, quâ Rectangulum, sub Radio & peripheria Circuli ADBG decies septies multipla excedit Octuplum Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad Duplum Circuli ADBG, seu huic æquale Rectangulum sub Radio & peripheria Ejusdem Circuli, atque adeò ut Differentia quâ Rectangulum sub Eodem Radio & peripheriâ Circuli ADBG decies septies multiplâ excedit Octuplum Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad Rectangulum sub hoc ipso Radio & peripheriâ Circuli ADBG duodecies mul-

triplâ, ita Curvilineum ADBCA ad Circulum CNDR, sed illa differentia est ad hoc Rectangulum, ut Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG decies septies multipla superat Octuplum Rectæ d, ad eandem peripheriam duodecies multiplam, Ergo ut Curvilineum ADBCA ad Circulum CNDR, ita Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG decies septies multipla superat Octuplum Rectæ d, ad Eandem peripheriam duodecies multiplam. Q. E. D.

PROPOSITIO LXVI.

Curvilineum ADBCA est ad Segmentum CQD, ut Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG decies septies multipla excedit Octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ sextuplum Ejusdem peripheriæ, superat Diametrum Ejusdem Circuli duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Nam Curvilineum ADBCA est ad segmentum CQD, ut subsextuplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheria Circuli ADBG decies septies multipla

tipla excedit Octuplum Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad Differentiam quâ Rectangulum sub Eodem Radio & peripheriâ Ejusdem Circuli, superat Quadratum Diametri, Est autem illa Differentia ad hanc, ut Differentia, quâ Rectangulum sub Radio, & peripheriâ Circuli ADBG, decies septies multiplâ, superat Octuplum Hexagoni inscripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub eodem Radio, & sextuplâ peripheriâ excedit sextuplum Quadrati sub Diametro contenti, ergo, ut hæ Differentiæ, ita Curvilineum ADBCA, ad segmentum CQD; sunt autem hæ ipsæ Differentiæ, ut Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG decies septies multipla, superat Octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ eadem peripheria sextupla superat Diametrum Ejusdem Circuli duodecies multiplam; Igitur ut Curvilineum ADBCA, ad segmentum CQD; ita Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG decies septies multipla excedit Octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ sextuplum Ejusdem peripheriæ, superat Diametrum Ejusdem Circuli duodecies multiplam.

Q. E. D.

PROPOSITIO LXVII.

Curvilineum ADBCA eſt ad Conſegmentum CGD, ut Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG decies ſepties multipla excedit Octuplum Rectæ d, ad ſummam Ejusdem peripheriæ decies octies, & Diametri Ejusdem Circuli duodecies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Curvilineum ADBCA ſit ad Conſegmentum CGD, ut ſubſextuplum Differentiæ, quâ Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG decies ſepties multiplâ excedit Octuplum Hexagoni eidem Circulo Inſcripti, ad ſummam Rectanguli ſub Radio & Triplâ peripheriâ ejusdem Circuli & Quadrati ſub Diametro contenti, erit etiam ut Differentia quâ Rectangulum, ſub Radio & peripheria Circuli ADBG decies ſepties multipla, ſuperat Octuplum Hexagoni, ad ſummam Rectanguli ſub eodem Radio & peripheria decies Octies multipla & ſextupli Quadrati ſub Diametro contenti, ita Curvilineum

um ADBCA ad Consegmentum CGD; Est autem illa Differentia ad hanc summam, ut Differentia, quâ peripheria Circuli AD BG decies septies multipla superat Octuplum Rectæ d, ad summam ejusdem peripheriæ decies octies & Diametri duodecies multiplæ, igitur ut Curvilineum ADB CA ad Consegmentum CGD, ita Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG decies septies multipla superat Octuplum Rectæ d, ad summam ejusdem peripheriæ decies octies, & Diametri ejusdem Circuli duodecies multiplæ. Q. E. D.

PROPOSITIO LXVIII.

Curvilineum ADBCA est ad lunulam CQDNC, ut Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG decies septies multipla, excedit Octuplum Rectæ d, ad Diametrum ejusdem Circuli duodecies multiplam: ad lunulam CRDGC verò, ut eadem differentia ad summam peripheriæ Circuli ADBG, & Diametri ejusdem Circuli duodecies multiplarum.

DE-

DEMONSTRATIO.

Curvilineum ADBCA enim est ad lunulam CQDNC, ut vigesies quater submultiplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG decies septies multipla superat Octuplum Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad Quadratum ejusdem Radij, est autem illa Differentia, ad hoc Quadratum, ut Differentia, quâ Rectangulum sub Radio & peripheria Circuli ADBG decies septies multipla excedit Octuplum Hexagoni, ad sextuplum Quadrati sub Diametro ejusdem Circuli comprehensi, ergo ut illa Differentia, ad hoc sextuplum, ita Curvilineum ADBCA, ad lunulam CQDNC, sed illa Differentia est ad hoc ipsum sextuplum, ut Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG decies septies multipla, superat Octuplum Rectæ d, ad Diametrum ejusdem Circuli duodecies multiplam, ergo ut illa Differentia, ad Diametrum Circuli ADBG duodecies multiplam, ita Curvilineum ADBCA, ad lunulam CQDNC. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Prætereà, cum Curvilineum ADBCA sit ad lunulam CRDGC ut duodecies submultiplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub

Radio

Radio & peripheria Circuli ADBG decies septies multipla excedit Octuplum Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad summam Rectanguli sub Radio & peripheria ejusdem Circuli, & Quadrati CDGB, erit etiam ut Differentia, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG, decies septies multiplâ superat Octuplum Hexagoni, ad summam Rectanguli sub eodem Radio & peripheria ejusdem Circuli duodecies multipla & sextupli Quadrati sub Diametro Circuli ADBG contenti, ita Curvilineum ADBCA ad lunulam CRDGC, est porrò ut illa Differentia, ad hanc summam, ita Differentia, quâ peripheria ejusdem Circuli decies septies multipla superat Octuplum Rectæ d, ad summam ejusdem peripheriæ & Diametri duodecies multiplarum, quarè, ut illa Differentia, ad hanc summam, ita Curvilineum ADBCA ad lunulam CRDGC. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO LXIX.

Curvilineum ADBCA est ad Curvilineum CQDRC, ut Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG decies

cies septies multipla excedit Octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ hæc ipsa peripheria duodecies, superat Diametrum ejusdem Circuli etiam duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Nam Curvilineum ADBCA est ad Curvilineum CQDRC, ut duodecies submultiplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio, & peripheriâ Circuli ADBG decies septies multiplâ superat Octuplum Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ ejusdem Circuli excedit Quadratum CDGB, est autem ut illud submultiplum Differentiæ, ad hanc Differentiam, ita Differentia, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli ADBG decies septies multiplâ excedit Octuplum Hexagoni, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Ejusdem Circuli duodecies multiplâ, superat sextuplum Quadrati sub Diametro illius Circuli comprehensi, igitur ut hæ Differentiæ, ita Curvilineum ADBCA ad Curvilineum CQDRC: sed ut hæ ipsæ Differentiæ, ita Differentia, quâ peripheria Circuli

culi ADBG decies septies multipla, excedit Octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ eadem peripheria duodecies superat Diametrum ejusdem Circuli etiam duodecies multiplam, ergo ut Curvilineum AD BCA, ad Curvilineum CQDRC, ità Differentia, quâ peripheria Circuli ADBG decies septies multipla, excedit Octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ hæc ipsa peripheria duodecies, superat Diametrum ejusdem Circuli etiam duodecies multiplam. Q.E.D.

PROPOSITIO LXX.

Consegmentum AGB, est ad Circulum CNDR ut summa Quadrupli peripheriæ Circuli ADBG, & dupli Rectæ d, ad Triplum ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Est enim Consegmentum AGB ad Circulum CNDR ut subtriplum summæ Rectanguli sub Radio & quadruplâ peripheriâ Circuli ADBG & dupli Hexagoni eidem Circulo inscripti ad Circulum ADBG, seu huic æquale Rectangulum sub Radio & semiperipheriâ ejusdem Circuli, sed illud subtriplum

plum est ad hoc Rectangulum, ut summa Rectanguli sub eodem Radio & Quadruplo peripheriæ Circuli ADBG & dupli Hexagoni Eidem Circulo Inscripti ad Rectangulum sub Eodem Radio & Triplo peripheriæ Ejusdem Circuli, Igitur ut illa summa, ad hoc Rectangulum, ita Consegmentum AGB ad Circulum CNDR; Est autem summa Rectanguli sub Radio, & Quadruplo peripheriæ Circuli ADBG, & dupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad Rectangulum sub eodem Radio & Triplo peripheriæ ejusdem Circuli, ut summa Quadrupli peripheriæ Circuli ADBG, & dupli Rectæ d, ad Triplum ejusdem peripheriæ, igitur ut Consegmentum AGB ad Circulum CNDR, ita summa Quadrupli peripheriæ Circuli ADBG, & duplæ Rectæ d, ad Triplum Ejusdem peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXI.

Consegmentum AGB est ad Segmentum CQD, ut summa Octuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Quadruplæ Rectæ d, ad Differentiam, quâ Tripla peripheria excedit sextuplum Diametri ejusdem Circuli.

DE-

DEMONSTRATIO.

Cum enim Consegmentum AGB, sit ad segmentum CQD, ut subtriplum summæ Rectanguli sub Radio & duplâ peripheriâ Circuli ADBG, & Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad subquadruplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem Circuli excedit Quadratum sub Diametro comprehensum, erit etiam: ut summa Rectanguli sub Eodem Radio & Octuplo peripheriæ Circuli ADBG, & Quadrupli Hexagoni, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub hoc ipso Radio & Triplâ peripheriâ superat Triplum Quadratum sub Diametro ejusdem Circuli comprehensum, ita consegmentum AGB ad Segmentum CQD: est porrò illa summa, ad hanc Differentiam, ut summa Octuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Quadruplæ Rectæ d, ad Differentiam, quâ Triplum ejusdem peripheriæ, excedit sextuplum Diametri, igitur ut Consegmentum AGB, ad segmentum CQD, ita summæ Octuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Quadruplæ Rectæ d, ad Differentiam, quâ Triplum ejusdem peripheriæ excedit sextuplum Diametri. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO LXXII.

Consegmentum AGB, est ad Consegmentum CGD, ut summa Octupli peripheriæ Circuli ADBG, & Quadruplæ Rectæ d, ad summam noncupli ejusdem peripheriæ & sextuplæ Diametri ejusdem Circuli.

DEMONSTRATIO.

Consegmentum AGB enim est ad Consegmentum CGD, ut subtriplum summæ Rectanguli sub Radio & duplâ peripheriâ Circuli ADBG, & Hexagoni Æquilateri eidem Circulo inscripti ad subquadruplum summæ Rectanguli sub eodem Radio & Triplâ peripheriâ, & Quadrati sub Diametro ejusdem Circuli contenti: hincque ut summa Rectanguli sub eodem Radio & Octuplâ peripheriâ Circuli ADBG & Quadrupli Hexagoni, ad summam Rectanguli sub hoc ipso Radio & noncuplâ peripheriâ ejusdem Circuli, & Tripli Quadrati sub eâdem Diametro comprehensi, itâ Consegmentum AGB ad Consegmentum CGD, sed hæ summæ sunt ut summa Octuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Qua-

dru-

druplæ Rectæ d, ad summam noncupli ejusdem peripheriæ & sextuplæ Diametri ejusdem Circuli, Ergo ut Consegmentum AGB, ad Consegmentum CGD, ita summa Octuplæ peripheriæ Circuli ADBG, & Quadruplæ Rectæ d, ad summam noncupli ejusdem peripheriæ & sextuplæ Diametri ejusdem Circuli. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXIII.

Consegmentum AGB est ad lunulam CQDNC, ut summa duplæ peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad Triplum Radij Ejusdem Circuli, ad lunulam CRDGC, verò, ut summa Quadrupli Ejusdem peripheriæ & dupli Rectæ d, ad summam Tripli tum hujus peripheriæ tum Diametri Circuli ADBG.

DEMONSTRATIO.

Nam Consegmentum AGB, est ad lunulam CQDNC ut subtriplum summæ Rectanguli sub Radio & dupla peripheria Circuli ADBG & Hexagoni Æquilateri Eidem Circulo Inscripti, ad Quadratum Radij Ejusdem Circuli, Igitur ut summa Rectan-

guli ſub Radio & dupla hac peripheria & Hexagoni Inſcripti, ad Quadratum ſub latere Trianguli Æquilateri eidem Circulo inſcripti comprehenſum, ita Conſegmentum AGB, ad lunulam CQDNC; Eſt autem illa ſumma, ad hoc Quadratum, ut ſumma Rectæ d, & duplæ peripheriæ Circuli ADBG, ad triplum Radij ejusdem Circuli, Igitur ut Conſegmentum AGB, ad lunulam CQDNC, ita ſumma Rectæ d, & duplæ peripheriæ Circuli ADBG, ad triplum Radij ejusdem Circuli. Quod Erat primo loco Demonſtrandum.

Prætereà, cum Conſegmentum AGB ſit ad lunulam CRDGC ut ſubtriplum ſummæ Rectanguli ſub Diametro & peripheriâ Circuli ADBG & Hexagoni eidem Circulo inſcripti, ad ſubduplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & peripheriâ ejusdem Circuli & Quadrati CDBG; erit etiam ut ſumma Rectanguli ſub eodem Radio & Quadruplâ peripheriâ Circuli ADBG & dupli Hexagoni, ad ſummam Rectanguli ſub hoc ipſo Radio & Triplâ peripheriâ ejusdem Circuli & ſextupli Quadrati ſub Radio comprehenſi, ita Conſegmentum AGB ad lunulam CRDGC, ſed hæ ſummæ ſunt ut ſumma Quadruplæ peripheriæ Circuli AD

BG &

BG & duplæ Rectæ d, ad summam Tripli-tum hujus peripheriæ tum Diametri ejusdem Circuli, Ergo ut hæ summæ, ita Consegmentum AGB, ad lunulam CRDGC. Quod Erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO LXXIV.

Consegmentum AGB est ad Curvilineum CQDRC ut summa Quadruplæ peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad Differentiam, quâ Triplum ejusdem peripheriæ superat sextuplum Radij.

DEMONSTRATIO.

Est enim Consegmentum AGB ad Curvilineum CQDRC, ut subtriplum summæ Rectanguli sub Diametro & peripheriâ Circuli ADBG & Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad subduplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ ejusdem Circuli excedit Quadratum CDGB, ergo etiam ut summa Rectanguli sub eodem Radio & Quadruplâ peripheriâ Circuli ADBG, & Dupli Hexagoni ad Differentiam, quâ Rectangulum sub hoc ipso Radio & Triplâ peripheriâ ejusdem Cir-

culi superat sextuplum illius, quod sub Radio comprehenditur Quadrati, ita Consegmentum AGB ad Curvilineum CQDRC; est porro illa summa ad hanc Differentiam, ut summa Quadruplæ peripheriæ Circuli ADBG & Duplæ Rectæ d, ad Differentiam, quâ triplum ejusdem peripheriæ superat sextuplum Radij, quare ut Consegmentum AGB ad Curvilineum CQDRC, ita summa Quadruplæ peripheriæ Circuli ADBG, & duplæ Rectæ d, ad Differentiam, quâ Triplum ejusdem peripheriæ superat sextuplum Radij. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXV.

Lunula ACBGA est ad Circulum CNDR ut summa septuplæ peripheriæ Circuli ADBG, & Octuplæ Rectæ d, ad Eandem peripheriam duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Cum enim lunula ACBGA sit ad Circulum CNDR, ut duodecies submultiplum summæ Rectanguli sub Radio & septupla peripheria Circuli ADBG & Octupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad Rectangulum

gulum ſub Radio & peripheria ejusdem Circuli, erit etiam ut ſumma Rectanguli ſub eodem Radio & ſeptupla peripheria Circuli ADBG, & Octupli Hexagoni eidem Circulo inſcripti, ad Rectangulum ſub ſextuplo Diametri & peripheria ejusdem Circuli, ita lunula ACBGA ad Circulum CNDR; ſed illa ſumma, ad hoc Rectangulum, eſt ut ſumma ſeptuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Octuplæ Rectæ d, ad eandem peripheriam duodecies multiplam, ergo ut lunula ACBGA ad Circulum CNDR, ita ſumma ſeptuplæ peripheriæ Circuli ADBG, & Octuplæ Rectæ d, ad eandem peripheriam duodecies multiplam. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXVI.

Lunula ACBGA eſt ad ſegmentum CQD, ut ſumma ſeptuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ ſextuplum ejusdem peripheriæ excedit Diametrum EB duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim lunula ACBGA ad ſegmentum CQD, ut ſubſextuplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & ſeptupla peripheria Circuli ADBG & Octupli Hexagoni eidem Circulo inſcripti, ad Differentiam, quâ duplum ejusdem Circuli ſeu huic æquale Rectangulum ſub Radio & peripheria excedit Quadratum Diametri EB, ergo pariter ut ſumma Rectanguli ſub eodem Radio & ſeptupla peripheria Circuli ADBG, & Octupli Hexagoni inſcripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum ſub Tripla Diametro EB & peripheria Circuli ADBG, ſuperat ſextuplum Quadratum ejusdem Diametri, ita lunula ACBGA ad ſegmentum CQD; Eſt autem illa ſumma ad hanc Differentiam ut ſumma ſeptuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ ſextuplum ejusdem peripheriæ excedit Diametrum EB duodecies multiplam, igitur ut lunula ACBGA ad ſegmentum CQD, ita ſumma ſeptuplæ peripheriæ circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ ſextuplum ejusdem peripheriæ ſuperat Diametrum duodecies multiplam. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO LXXVII.

Lunula ACBGA est ad Consegmentum CGD, ut summa septuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad summam ejusdem peripheriæ decies Octies, & Diametri EB, duodecies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Nam lunula ACBGA est ad Consegmentum CGD ut subsextuplum summæ Rectanguli sub Radio & septupla peripheria circuli ADBG, & Octupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad summam Rectanguli sub eodem Radio & Tripla peripheria ejusdem circuli & Quadrati Diametri EB; hincque ut summa Rectanguli sub Radio & septupla peripheria, & Octupli Hexagoni, ad summam Rectanguli sub eodem Radio & peripheria circuli ADBG decies octies multipla & sextupli Quadrati Diametri EB, ita lunula ACBGA ad Consegmentum CGD: sunt autem hæ summæ ut summa septuplæ peripheriæ circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad summam ejusdem peripheriæ decies octies, & Diametri EB

duodecies multiplæ, igitur ut lunula ACBGA ad Consegmentum, CGD, ita summa septuplæ peripheriæ circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad summam ejusdem peripheriæ decies octies, & Diametri EB, duodecies multiplæ. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXVIII.

Lunula ACBGA est ad lunulam CQDNC, ut summa septuplæ peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Rectæ d, ad Diametrum EB duodecies multiplam, ad lunulam CRDGC verò ut eadem summa, ad summam ejusdem peripheriæ, & Diametri EB duodecies multiplarum.

DEMONSTRATIO.

Est enim lunula ACBGA ad lunulam CQDNC ut vigesies quater submultiplum summæ Rectanguli sub Radio & septupla peripheria circuli ADBG & Octupli Hexagoni Æquilateri eidem circulo inscripti, ad Quadratum Radij ejusdem circuli: atque adeo ut summa Rectanguli sub eodem Radio & septupla peripheria, & Octupli Hexagoni, ad sextuplum illius, quod sub

Dia-

Diametro EB comprehenditur, Quadrati, ita lunula ACBGA, ad lunulam CQDNC, est porrò illa summa ad hoc sextuplum, ut summa septuplæ peripheriæ & Octupli Rectæ d, ad Diametrum EB duodecies multiplam, igitur ut summa septuplæ peripheriæ & Octupli Rectæ d, ad Diametrum EB duodecies multiplam, ita lunula ACB GA ad lunulam CQDNC. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Prætera, cum lunula ACBGA sit ad lunulam CRDGC ut duodecies submultiplum summæ Rectanguli sub Radio & septuplo peripheriæ Circuli ADBG, & Octupli Hexagoni Æquilateri eidem circulo inscripti, ad summam Rectanguli sub eodem Radio & peripheria circuli ADBG & Quadrati CDGB; erit pariter ut summa Rectanguli sub hoc ipso Radio & septupla peripheria ejusdem circuli, & Octupli Hexagoni inscripti, ad summam Rectanguli sub Radio & peripheria circuli ADBG duodecies multipla & sextupli Quadrati sub Diametro EB comprehensi, ita lunula ACBGA ad lunulam CRDGC; sunt autem hæ summæ, ut summa septuplæ peripheriæ circuli ADBG & Octupli Rectæ d, ad summam ejusdem peripheriæ & Diametri EB duodecies

decies multiplarum, ergo ut hæ summæ, ita lunula ACBGA ad lunulam CRDGC. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO LXXIX.

Lunula ACBGA est ad Curvilineum CQDRC, ut summa septuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Octuplæ Rectæ d, ad Differentiam. quâ eadem peripheria duodecies, excedit Diametrum EB etiam duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Lunula ACBGA enim est ad Curvilineum CQDRC ut duodecies submultiplum summæ Rectanguli sub Radio & septupla peripheria circuli ADBG, & Octupli Hexagoni Æquilateri eidem circulo inscripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli excedit Quadratum CDGB; Igitur ut summa Rectanguli sub Radio & septupla peripheria circuli ADBG, & Octupli Hexagoni inscripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub eodem Radio & peripheria duodecies multipla superat sextuplum Quadrati

drati sub Diametro EB comprehensi, ita lunula ACBGA ad Curvilineum CQDRC; sed illa summa ad hanc Differentiam est ut summa septuplæ peripheriæ circuli AD BG & Octuplæ Rectæ d, ad Differentiam, quâ eadem peripheria duodecies, excedit Diametrum EB etiam duodecies multiplam, ergo ut lunula ACBGA, ad Curvilineum CQDRC, ita summa septuplæ peripheriæ circuli ADBG & Octuplæ Rectæ d, ad Differentiam, quâ eadem peripheria duodecies, excedit Diametrum EB, etiam duodecies multiplam. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXX.

Si æquales Circulos EDBG, QD BG intersecent duo alij EHBI, CN DR quorum ille super EB Radio Circuli EDBG, hic verò super CD latere Quadrati CDGB eidem Circulo inscripti sit descriptus, erit Segmentum EDB ad Circulum CNDR ut Differentia, quâ peripheria Circuli EDBG superat duplum Rectæ d, sub quâ & Radio ejusdem Circuli comprehensum Rectangulum F. 2. & 3.

æqua-

æquatur Hexagono Æquilatero eidem Circulo inscripto, ad Triplum ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Nam cum segmentum EDB sit ad Circulum CNDR ut subtriplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli EDBG, excedit duplum Hexagoni eidem circulo inscripti, ad Rectangulum sub Radio & peripheriâ ejusdem circuli, erit quoque ut Differentia, quâ Rectangulum sub eodem Radio & peripheriâ excedit duplum Hexagoni, ad Rectangulum sub hoc ipso Radio & Triplo peripheriæ circuli EDBG, ita segmentum EDB, ad Circulum CNDR est autem illa Differentia, ad hoc Rectangulum, ut Differentia, quâ peripheria ejusdem circuli superat duplum Rectæ d, ad Triplum ejusdem peripheriæ, igitur ut segmentum EDB, ad circulum CNDR, ita Differentia, quâ peripheria circuli EDBG superat duplum Rectæ d, ad Triplum ejusdem peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXXI.

Segmentum EDB est ad Segmentum

tum CQD, ut Differentia, quâ dupla peripheria Circuli EDBG excedit Quadruplam Rectam d, ad Differentiam, quâ Triplum illius peripheriæ, excedit sextuplum Diametri ejusdem circuli.

DEMONSTRATIO.

Nam Segmentum EDB est ad Segmentum CQD ut subtriplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ Circuli EDBG excedit duplum Hexagoni eidem circulo inscripti, ad subduplum Differentiæ, quâ idem Rectangulum superat Quadratum sub Diametro circuli EDBG comprehensum, hincque, ut Differentia, quâ Rectangulum sub hâc ipsâ Diametro & peripheria ejusdem circuli superat Quadruplum Hexagoni Æquilateri inscripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub Radio & Triplâ peripheriâ excedit Triplum illius, quod sub ipsâ Diametro comprehenditur, Quadrati, ita segmentum EDB ad segmentum CQD; sunt autem hæ Differentiæ, ut Differentia, quâ dupla peripheria circuli EDBG excedit Quadruplam Rectam d, ad Differentiam, quâ illius peripheriæ

ripheriæ Triplum ſuperat ſextuplum Diametri ejusdem circuli: Ergo ut ſegmentum EDB ad ſegmentum CQD, ita Differentia, quâ duplum peripheriæ circuli EDBG ſuperat Quadruplam Rectam d, ad Differentiam, quâ Triplum illius peripheriæ excedit ſextuplum Diametri ejusdem Circuli. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXXII.

Segmentum EDB, eſt ad Conſegmentum CGD, ut Differentia, quâ dupla peripheria Circuli EDBG ſuperat Quadruplum Rectæ d, ad ſummam noncupli illius peripheriæ & ſextuplæ Diametri ejusdem circuli.

DEMONSTRATIO.

Segmentum EDB enim eſt ad Conſegmentum CGD, ut ſubtriplum Differentiæ, quâ Rectangulum ſub Radio & peripheria circuli EDBG excedit duplum Hexagoni Æquilateri eidem circulo inſcripti, ad ſubduplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & tripla peripheria, & illius, quod ſub Diametro Circuli EDBG comprehenditur,

Quadra-

Quadrati: Igitur ut Differentia, quâ Rectangulum ſub hâc ipsâ Diametro & peripheria ejusdem circuli excedit Quadruplum Hexagoni, ad ſummam Rectanguli ſub Radio & noncuplâ peripheriâ, & tripli Quadrati ſub Diametro comprehenſi, ita Segmentum EDB ad Conſegmentum C GD; ſed illa Differentia eſt ad hanc ſummam, ut Differentia, quâ dupla peripheria circuli EDBG ſuperat Quadruplam Rectam d, ad ſummam Noncupli ejusdem peripheriæ & ſextuplæ Diametri, Ergo ut ſegmentum EDB, ad Conſegmentum CG D, ita Differentia, quâ dupla peripheria circuli EDBG ſuperat Quadruplam Rectam d, ad ſummam noncupli illius peripheriæ & ſextuplæ Diametri ejusdem Circuli. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXXIII.

Segmentum EDB eſt ad lunulam CQDNC ut Differentia, quâ peripheria Circuli EDBG, excedit duplum Rectæ d, ad Triplum Diametri ejusdem Circuli, ad lunulam C RDGC verò ut eadem Differentia ad ſummam Triplæ tam periphe-

riæ

riæ quam Diametri ejusdem Circuli.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Segmentum EDB sit ad lunulam CQDNC ut subsextuplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ circuli EDBG excedit duplum Hexagoni Æquilateri eidem circulo inscripti, ad Quadratum Radij, erit etiam ut Differentia, quâ hoc ipsum Rectangulum excedit duplum Hexagoni, ad sextuplum ejusdem Quadrati, ita segmentum EDB ad lunulam CQDNC; est porro illa Differentia ad hoc sextuplum Quadrati, ut Differentia, quâ peripheria circuli EDBG excedit duplum Rectæ d, ad Triplum Diametri ejusdem circuli, igitur ut illa Differentia, ad hoc Triplum, ita segmentum EDB ad lunulam CQDNC. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Præterea, cum segmentum EDB sit ad lunulam CRDGC, ut subtriplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ circuli EDBG, superat duplum Hexagoni inscripti, ad summam ejusdem Rectanguli & Quadrati CDGB, erit pariter ut Differentia, quâ Rectangulum sub eodem Radio & peripheriâ superat duplum

Hexa-

Hexagoni, ad ſummam Rectanguli ſub hoc ipſo Radio & Triplâ peripheriâ ejusdem circuli & Tripli Quadrati CDGB, ita ſegmentum EDB ad lunulam CRDGC, ſed illa Differentia eſt ad hanc ſummam, ut Differentia, quâ peripheria circuli EDBG excedit duplum Rectæ d, ad ſummam Tripli tam peripheriæ, quam Diametri ejusdem circuli, ergo ut Differentia, quâ peripheria excedit duplum Rectæ d, ad ſummam Tripli tam peripheriæ, quam Diametri ejusdem circuli, ita ſegmentum EDB, ad lunulam CRDGC. Quod erat ſecundo loco Demonſtrandum.

PROPOSITIO LXXXIV.

Segmentum EDB eſt ad Curvilineum CQDRC ut Differentia quâ peripheria Circuli EDBG excedit Duplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ Triplum ejusdem peripheriæ ſuperat Triplum Diametri.

DEMONSTRATIO.

Nam Segmentum EDB eſt ad Curvilineum CQDRC, ut ſubtriplum Differentiæ, quâ Rectangulum ſub Radio & peri-

pheriâ circuli EDBG, ſuperat Duplum Hexagoni eidem circulo inſcripti, ad Differentiam, quâ idem Rectangulum ſuperat Quadratum CDGB, eſt autem ſubtriplum illius Differentiæ ad hanc Differentiam, ut Differentia, quâ Rectangulum ſub Radio & peripheriâ circuli EDBG excedit Duplum Hexagoni ad Differentiam, quâ Rectangulum ſub eodem Radio & Tripla peripheriâ ejusdem circuli ſuperat ſextuplum illius quod ſub hoc ipſo Radio comprehenditur Quadrati, ergo ut hæ Differentiæ, ita ſegmentum EDB ad Curvilineum CQDRC, ſed Differentia, quâ Rectangulum ſub Radio & peripheria circuli EDBG excedit duplum Hexagoni eſt ad Differentiam, quâ Rectangulum ſub eodem Radio & Triplâ peripheriâ ejusdem circuli ſuperat ſextuplum illius quod ſub Radio comprehenditur Quadrati, ut Differentia, quâ peripheria circuli EDBG excedit duplum Rectæ d, ad Differentiam, qua Triplum ejusdem peripheriæ ſuperat Triplum Diametri: Igitur ut ſegmentum EDB ad Curvilineum CQDRC, ita Differentia, quâ peripheria circuli EDBG excedit duplum Rectæ d, ad Differentiam, qua Triplum ejusdem peripheriæ ſuperat Triplum Diametri. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO LXXXV.

Consegmentum EGB est ad Circulum CNDR, ut summa Quintupli peripheriæ Circuli EDBG & Dupli Rectæ d, ad Triplum ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Est enim Consegmentum EGB ad Circulum CNDR ut subtriplum summæ Rectanguli sub Radio & Quincuplo peripheriæ Circuli EDBG & dupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad Rectangulum sub Radio & peripheriâ ejusdem circuli; hincque ut summa Rectanguli sub hoc ipso Radio & quintuplo peripheriæ circuli EDBG & dupli Hexagoni eidem circulo inscripti ad Rectangulum sub eodem Radio & Triplo peripheriæ ejusdem circuli, ita Consegmentum EGB ad circulum CNDR: Est autem illa summa ad hoc Rectangulum, ut summa quintupli peripheriæ circuli EDBG & duplæ Rectæ d, ad ejusdem peripheriæ Triplum, igitur ut Consegmentum EGB ad Circulum CNDR, ita summa quintupli peripheriæ circuli EDBG &

 dupli

dupli Rectæ d, ad Triplum ejusdem peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXXVI.

Consegmentum EGB est ad Segmentum CQD, ut summa decupli peripheriæ Circuli EDBG & Quadrupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ Triplum hujus peripheriæ superat sextuplum Diametri ejusdem circuli.

DEMONSTRATIO.

Consegmentum EGB enim est ad segmentum CQD, ut subtriplum summæ Rectanguli sub Radio & quincuplâ peripheriâ circuli EDBG & dupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad subduplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheriâ ejusdem circuli superat Quadratum Diametri, atque adeo ut summa Rectanguli sub Radio & decuplâ peripheriâ circuli EDBG & Quadrupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub Radio & Triplâ peripheriâ ejusdem circuli superat Triplum illius quod sub Diametro comprehenditur, Quadrati,

drati, ita Consegmentum EGB ad segmentum CQD: est porrò illa summa ad hanc Differentiam, ut summa decuplæ peripheriæ Circuli EDBG & Quadruplæ Rectæ d, ad Differentiam, quâ Triplum hujus peripheriæ superat sextuplum Diametri ejusdem circuli, igitur ut Consegmentum EG B ad Segmentum CQD, ita summa decupli peripheriæ circuli EDBG & Quadrupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ Triplum hujus peripheriæ superat sextuplum Diametri ejusdem circuli. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXXVII.

Consegmentum EGB est ad Consegmentum CGD, ut summa Decuplæ peripheriæ circuli EDBG, & Quadrupli Rectæ d, ad summam noncupli illius peripheriæ & sextuplæ Diametri ejusdem Circuli.

DEMONSTRATIO.

Nam Consegmentum EGB, est ad Consegmentum CGD ut subtriplum summæ Rectanguli sub Radio & quincuplâ peripheriâ circuli EDBG & Dupli Hexagoni Æquilateri eidem circulo inscripti, ad sub-

 duplum

duplum summæ Rectanguli sub hoc ipso Radio & Triplâ peripheriâ, & illius, quod sub Diametro ejusdem circuli comprehenditur Quadrati; undè ut summa Rectanguli sub Radio circuli EDBG & decuplâ peripheriâ & Quadrupli Hexagoni, ad summam Rectanguli sub eodem Radio & noncuplo peripheriæ ejusdem circuli & Tripli illius quod sub Diametro comprehenditur Quadrati, ita Consegmentum EGB, ad Consegmentum CGD; sed hæ summæ sunt ut summa decuplæ peripheriæ circuli ED BG & Quadruplæ Rectæ d, ad summam noncupli ejusdem peripheriæ & sextuplæ Diametri; Ergo ut Consegmentum EGB, ad Consegmentum CGD, ita summa decuplæ peripheriæ circuli EDBG & Quadruplæ Rectæ d, ad summam noncupli ejusdem peripheriæ & sextuplæ Diametri. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXXVIII.

Consegmentum EGB, est ad lunulam CQDNC, ut summa Quintuplæ peripheriæ Circuli EDBG & Duplæ Rectæ d, ad Triplum Diametri ejusdem Circuli, ad lunulam CR DGC

DGC verò, ut eadem summa ad summam Tripli tam illius peripheriæ quam Diametri.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Consegmentum EGB sit ad lunulam CQDNC ut subsextuplum summæ Rectanguli sub Radio & quincuplâ peripheriâ circuli EDBG & dupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad Quadratum Radij, erit pariter ut summa Rectanguli sub Radio & quincuplâ peripheriâ & Dupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad sextuplum illius quod sub eodem Radio comprehenditur, Quadrati, ita Consegmentum EGB, ad lunulam CQDNC sed illa summa est ad hoc sextuplum, ut summa quincuplæ peripheriæ circuli EDBG & duplæ Rectæ d, ad Triplum Diametri ejusdem circuli; ergo ut summa quincuplæ hujus peripheriæ & Duplæ Rectæ d, ad Triplum Diametri, ita Consegmentum EGB ad lunulam CQDNC. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Præterea, Consegmentum EGB est ad lunulam CRDGC, ut subtriplum summæ Rectanguli sub Radio, & quintuplâ peripheriâ circuli EDBG, & Dupli Hexagoni

eidem circulo inſcripti, ad ſummam Rectanguli ſub eodem Radio & peripheriâ ejusdem circuli & Quadrati CDGB; Ergo etiam ut ſumma Rectanguli ſub hoc ipſo Radio & quincupla peripheria circuli ED BG & dupli Hexagoni inſcripti, ad ſummam Rectanguli ſub eodem Radio & Tripla peripheria ejusdem circuli & Tripli Quadrati CDGB, ita Conſegmentum EG B ad lunulam CRDGC; ſunt porrò hæ ſummæ, ut ſumma quintuplæ peripheriæ circuli EDBG & duplæ Rectæ d, ad ſummam Tripli tam hujus peripheriæ quam Diametri ejusdem circuli, igitur ut hæ ſummæ, ita Conſegmentum EGB ad lunulam CRDGC. Quod erat ſecundo loco Demonſtrandum.

PROPOSITIO LXXXIX.

Conſegmentum EGB eſt ad Curvilineum CQDRC ut ſumma Quintuplæ peripheriæ Circuli EDBG & Duplæ Rectæ d, ad Differentiam, quâ Triplum hujus peripheriæ excedit Triplum Diametri ejusdem Circuli.

DE-

DEMONSTRATIO.

Eſt enim Conſegmentum EGB ad Curvilineum CQDRC ut ſubtriplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & quintupla peripheria circuli EDBG & dupli Hexagoni eidem circulo inſcripti ad Differentiam, quâ Rectangulum ſub hoc ipſo Radio & peripheria ejusdem circuli excedit Quadratum CDGB, atque adeo ut ſumma Rectanguli ſub Radio & quintuplo peripheriæ circuli EDBG & dupli Hexagoni eidem circulo inſcripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum ſub eodem Radio & Tripla hac peripheria excedit Triplum Quadrati CDGB; ita Conſegmentum EGB, ad Curvilineum CQDRC, ſed illa ſumma eſt ad hanc Differentiam ut ſumma Quintuplæ peripheriæ circuli EDBG & duplæ Rectæ d, ad Differentiam, quâ Triplum hujus peripheriæ excedit Triplum Diametri ejusdem circuli, ergo ut Conſegmentum EGB ad Curvilineum CQDRC, ita ſumma Quintuplæ peripheriæ circuli EDBG & duplæ Rectæ d, ad Differentiam, qua Triplum hujus peripheriæ excedit Triplam Diametrum ejusdem circuli. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XC.

Lunula EDBHE est ad Circulum CNDR, ut Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, superat peripheriam Circuli EDBG ad eandem peripheriam duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Lunula EDBHE enim est ad circulum CNDR ut duodecies submultiplum Differentiæ, quâ Octuplum Hexagoni circulo EDBG inscripti, excedit Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli, ad idem Rectangulum, undè ut Differentia, quâ Octuplum Hexagoni circulo EDBG inscripti excedit hoc Rectangulum, ad Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli duodecies multipla, ita lunula EDBHE ad circulum CNDR; Est autem illa Differentia, ad hoc Rectangulum ut Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, excedit peripheriam circuli EDBG ad eandem peripheriam duodecies multiplam, igitur ut lunula EDBHE ad circulum CNDR, ita Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, excedit peripheriam circuli EDBG, ad eandem peripheriam duodecies multiplam. Q.E.D.

PRO-

PROPOSITIO XCI.

Lunula EDBHE est ad Segmentum CQD, ut Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, excedit peripheriam Circuli EDBG, ad Differentiam, quâ sextuplum hujus peripheriæ excedit Diametrum ejusdem Circuli duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Nam cum lunula EDBHE sit ad Segmentum CQD ut subsextuplum Differentiæ, quâ Octuplum Hexagoni Circulo EDBG inscripti excedit Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli, ad Differentiam, quâ idem Rectangulum superat Quadratum diametri, erit etiam ut Differentia, quâ Octuplum Hexagoni circulo ED BG inscripti excedit Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub Radio & sextuplo ejusdem peripheriæ excedit sextuplum illius, quod sub eadem Diametro comprehenditur Quadrati, ita lunula ED BHE ad Segmentum CQD; sed hæ Differentiæ sunt ut Differentia, quâ Octuplum Rectæ

Rectæ d, excedit peripheriam circuli ED BG, ad Differentiam, quâ sextuplum hujus peripheriæ, excedit Diametrum ejusdem circuli duodecies multiplam, igitur ut lunula EDBHE ad Segmentum CQD, ita Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, superat peripheriam circuli EDBG ad Differentiam, quâ sextuplum hujus peripheriæ excedit Diametrum ejusdem circuli duodecies multiplam. Q. E. D.

PROPOSITIO XCII.

Lunula EDBHE est ad Consegmentum CGD, ut Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, excedit peripheriam Circuli EDBG, ad summam ejusdem peripheriæ decies octies, & Diametri ejusdem Circuli duodecies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Est enim lunula EDBHE ad Consegmentum CGD, ut subsextuplum Differentiæ, quâ Octuplum Hexagoni circulo EDBG inscripti excedit Rectangulum sub Radio & peripheriâ ejusdem circuli, ad summam Rectanguli sub eodem Radio & Triplo peripheriæ-

ripheriæ & Quadrati Diametri circuli ED BG, quare ut Differentia, quâ Octuplum Hexagoni superat Rectangulum sub hoc Radio & eâdem peripheriâ ad summam Rectanguli sub eodem Radio & peripheriâ decies octies multiplâ & sextupli illius quod sub Diametro ejusdem circuli comprehenditur Quadrati, ita lunula EDBHE ad Consegmentum CGD; est porrò illa Differentia ad hanc summam ut Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, excedit peripheriam circuli EDBG ad summam ejusdem peripheriæ decies octies & Diametri ejusdem circuli duodecies multiplæ, igitur ut lunula EDBHE ad Consegmentum CG D, ita Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, excedit peripheriam circuli EDBG ad summam ejusdem peripheriæ decies Octies & Diametri ejusdem circuli duodecies multiplæ. Q. E. D.

PROPOSITIO XCIII.

Lunula EDBHE est ad lunulam CQDNC, ut Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, superat peripheriam circuli EDBG ad Diametrum ejusdem Circuli duodecies multiplam, ad

ad lunulam CRDGC verò ut eadem Differentia, ad summam tam peripheriæ circuli EDBG quam Diametri ejusdem Circuli duodecies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Cum enim lunula EDBHE sit ad lunulam CQDNC ut vigesies quater submultiplum Differentiæ, quâ Octuplum Hexagoni circulo EDBG inscripti, excedit Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli ad Triangulum CBD, erit pariter ut Differentia, quâ hoc ipsum Octuplum superat idem Rectangulum, ad sextuplum illius Quod sub Diametro Circuli EDBG comprehendit[illegible] Quadrati, ita lunula EDBHE ad lunulam CQDNC; est porrò illa Differentia, ad hoc sextuplum ut Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, superat peripheriam circuli EDBG ad Diametrum ejusdem circuli duodecies multiplam, igitur ut Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, superat hanc ipsam peripheriam ad Diametrum duodecies multiplam, ita lunula EDBHE ad lunulam CQDNC. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Præte-

Præterea cum lunula EDBHE sit ad lunulam CRDGC ut duodecies submultiplum Differentiæ, quâ Octuplum Hexagoni circulo EDBG inscripti excedit Rectangulum sub Radio & peripheriâ ejusdem circuli ad summam ejusdem Rectanguli & Quadrati CDGB, erit etiam ut Differentia, quâ hoc Octuplum excedit idem Rectangulum ad summam Rectanguli sub Radio & eâdem peripheriâ duodecies multiplâ & sextupli illius quod sub Diametro ejusdem circuli comprehenditur Quadrati, ita lunula EDBHE ad lunulam CRDGC; sed illa Differentia est ad hanc summam ut Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, superat peripheriam circuli EDBG ad summam tam ejusdem peripheriæ quam Diametri duodecies multiplæ, ergo ut illa Differentia ad hanc summam, ita lunula EDBHE ad lunulam CRDGC. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO XCIV.

Lunula EDBHE est ad Curvilineum CQDRC, ut Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, excedit peripheriam Circuli EDBG ad Differentiam, quâ

quâ hæc eadem peripheria duodecies, ſuperat Diametrum ejusdem Circuli etiam Duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Nam lunula EDBHE eſt ad Curvilineum CQDRC ut duodecies ſubmultiplum Differentiæ, quâ Octuplum Hexagoni circulo EDBG inſcripti excedit Rectangulum ſub Radio & peripheriâ ejusdem circuli, ad Differentiam, quâ idem Rectangulum ſuperat Quadratum CDGB, atque adeò ut Differentia, quâ hoc ipſum Octuplum ſuperat idem Rectangulum, ad Differentiam, quâ Rectangulum ſub Radio & peripheriâ circuli EDBG, duodecies multiplâ excedit ſextuplum illius quod ſub Diametro ejusdem circuli comprehenditur Quadrati, ita lunula EDBHE, ad Curvilineum CQDRC; ſunt autem hæ Differentiæ ut Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, excedit peripheriam circuli EDBG, ad Differentiam, quâ hæc eadem peripheria duodecies ſuperat Diametrum ejusdem circuli etiam duodecies multiplam; igitur ut lunula EDBHE ad Curvilineum CQDRC, ita Differentia, quâ Octuplum Rectæ d, excedit peripheriam circuli EDBG, ad Differen-

ferentiam, qua eadem peripheria duodecies, ſuperat Diametrum ejusdem circuli etiam duodecies multiplam. Q. E. D.

PROPOSITIO XCV.

Curvilineum EDBIE eſt ad Circulum CNDR, ut Differentia, quâ ſeptupla peripheria Circuli EDBG excedit Octuplum Rectæ d, ad eandem peripheriam duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Curvilineum EDBIE enim eſt ad circulum CNDR ut duodecies ſubmultiplum Differentiæ, quâ Rectangulum ſub Radio & ſeptupla peripheria circuli EDBG ſuperat Octuplum Hexagoni eidem circulo inſcripti ad Rectangulum ſub Radio & peripheria ejusdem circuli; atque adeo ut Differentia, quâ Rectangulum ſub eodem Radio & ſextupla peripheria circuli EDB G excedit octuplum Hexagoni eidem circulo inſcripti ad Rectangulum ſub hoc Radio & eadem peripheria duodecies multipla, ita Curvilineum EDBIE ad circulum CNDR; ſed illa Differentia ad hoc Rectan-

gulum est ut Differentia, quâ septupla peripheria circuli EDBG excedit Octuplum Rectæ d, ad eandem peripheriam duodecies multiplam, ergo ut Curvilineum ED BIE ad circulum CNDR; ita Differentia, quâ septupla peripheria circuli EDBG excedit Octuplum Rectæ d, ad eandem peripheriam duodecies multiplam. Q. E. D.

PROPOSITIO XCVI.

Curvilineum EDBIE est ad Segmentum CQD, ut Differentia, quâ septupla peripheria Circuli EDBG superat octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ hujus peripheriæ sextuplum, excedit Diametrum ejusdem Circuli duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Curvilineum EDBIE sit ad segmentum CQD ut subsextuplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & septupla peripheria circuli EDBG superat octuplum Hexagoni eidem circulo inscripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub eodem Radio & peripheria circuli ED BG

BG excedit Quadratum Diametri ejusdem circuli, erit etiam ut Differentia, quâ Rectangulum ſub hoc ipſo Radio & ſeptuplâ peripheriâ ſuperat Octuplum Hexagoni inſcripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum ſub Triplâ Diametro & peripheria circuli EDBG excedit ſextuplum illius, quod ſub eadem Diametro comprehenditur, Quadrati, ita Curvilineum EDBIE ad Segmentum CQD; Eſt autem ut hæ Differentiæ, ita Differentia, quâ ſeptupla peripheriâ circuli EDBG ſuperat Octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ hujus peripheriæ ſextuplum excedit Diametrum ejusdem circuli duodecies multiplam, igitur ut Curvilineum EDBIE ad Segmentum CQD, ita Differentia, quâ ſeptupla peripheria circuli EDBG ſuperat Octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ hujus peripheriæ ſextuplum excedit Diametrum ejusdem circuli duodecies multiplam. Q. E. D.

PROPOSITIO XCVII.

Curvilineum EDBIE eſt ad Conſegmentum CGD, ut Differentia, quâ ſeptupla peripheria Circuli ED BG ſuperat Octuplum Rectæ d, ad

 ſum-

ſummam hujus peripheriæ decies octies, & Diametri ejusdem circuli duodecies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Curvilineum EDBIE enim eſt ad Conſegmentum CGD ut ſubſextuplum Differentiæ, quâ Rectangulum ſub Radio & ſeptupla peripheria circuli EDBG excedit Octuplum Hexagoni eidem circulo inſcripti, ad ſummam Rectanguli ſub hoc ipſo Radio & Tripla peripheria ejusdem circuli & Quadratæ diametri, quarè ut Differentia, quâ Rectangulum ſub Radio & ſeptupla peripheria circuli EDBG ſuperat Octuplum Hexagoni inſcripti, ad ſummam Rectanguli ſub eodem Radio & peripheria decies octies multipla, & ſextupli illius, quod ſub diametro ejusdem circuli comprehenditur Quadrati, ita Curvilineum E DBIE, ad Conſegmentum CGD; Eſt porrò ut illa Differentia, ad hanc ſummam, ita Differentia, quâ ſeptupla peripheria circuli EDBG ſuperat Octuplum Rectæ d, ad ſummam hujus peripheriæ decies octies & diametri ejusdem circuli duodecies multiplæ, igitur ut Curvilineum EDBIE ad Conſegmentum CGD, ita Differentia, quâ ſeptu-

ſeptupla peripheria circuli EDBG ſuperat Octuplum Rectæ d, ad ſummam hujus peripheriæ decies octies, & diametri ejusdem circuli duodecies multiplæ. Q. E. D.

PROPOSITIO XCVIII.

Curvilineum EDBIE eſt ad lunulam CQDNC, ut Differentia, quâ ſeptupla peripheria Circuli EDBG excedit Octuplum Rectæ d, ad Diametrum ejusdem Circuli duodecies multiplam; ad lunulam CRDGC verò ut eadem Differentia ad ſummam hujus peripheriæ & Diametri ejusdem Circuli duodecies multiplarum.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Curvilineum EDBIE ſit ad lunulam CQDNC ut vigeſies quater ſubmultiplum Differentiæ, quâ Rectangulum ſub Radio & ſeptupla peripheria circuli EDBG excedit Octuplum Hexagoni eidem circulo inſcripti, ad Triangulum CBD, erit pariter ut Differentia, quâ Rectangulum ſub hoc ipſo Radio & ſeptupla peripheriâ ejusdem circuli ſuperat Octuplum Hexagoni

 goni

goni inſcripti, ad ſextuplum illius quod ſub diametro circuli EDBG comprehenditur, Quadrati, ita Curvilineum EDBIE ad lunulam CQDNC, ſed illa Differentia, ad hoc ſextuplum eſt ut Differentia, quâ ſeptupla peripheria circuli EDBG excedit Octuplam Rectam d, ad diametrum ejusdem circuli duodecies multiplam; Ergo ut Curvilineum EDBIE ad lunulam CQDNC, ita Differentia, quâ ſeptupla peripheria circuli EDBG excedit Octuplam Rectam d, ad diametrum ejusdem circuli duodecies multiplam. Quod erat primo loco Demonſtrandum.

Similiter, cum Curvilineum EDBIE ſit ad lunulam CRDGC ut duodecies ſubmultiplum Differentiæ, quâ Rectangulum ſub Radio & ſeptupla peripheria circuli EDB G excedit Octuplum Hexagoni eidem circulo inſcripti, ad ſummam Rectanguli ſub eodem Radio & peripheria circuli EDBG & Quadrati CDGB, erit etiam ut Differentia, quâ Rectangulum ſub Radio & ſeptupla peripheria excedit Octuplum Hexagoni ad ſummam Rectanguli ſub ſextuplo diametri circuli EDBG & peripheria, & Quadrati CDGB, ita Curvilineum EDBIE ad lunulam CRDGC, eſt porrò illa Differentia,

rentia,

rentia, ad hanc summam, ut Differentia, quâ septupla peripheria circuli EDBG superat Octuplum Rectæ d, ad summam hujus peripheriæ & diametri ejusdem circuli duodecies multiplarum, igitur ut Differentia, quâ septupla peripheria circuli ED BG, excedit Octuplum Rectæ d, ad summam hujus peripheriæ & diametri ejusdem circuli duodecies multiplarum, ita Curvilineum EDBIE ad lunulam CRDGC. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO XCIX.

Curvilineum EDBIE est ad Curvilineum CQDRC ut Differentia; quâ septupla peripheria Circuli ED BG excedit Octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ hæc peripheria duodecies multipla excedit Diametrum ejusdem Circuli etiam duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Nam Curvilineum EDBIE est ad Curvilineum CQDRC ut duodecies submultiplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & septupla peripheria circuli EDB

G excedit Octuplum Hexagoni eidem circulo inscripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli superat Quadratum CDGB, hincque ut Differentia, quâ Rectangulum sub Radio & septupla peripheria excedit Octuplum Hexagoni, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub sextupla diametro & peripheria circuli EDBG superat sextuplum illius quod sub hac ipsa diametro comprehenditur, Quadrati, ita Curvilineum ED BIE ad Curvilineum CQDRC; Est autem ut hæ Differentiæ, ita Differentia, quâ septupla peripheriâ circuli EDBG excedit Octuplam Rectam d, ad Differentiam, quâ hæc peripheria duodecies multipla superat diametrum ejusdem circuli etiam duodecies multiplam, igitur ut Curvilineum ED BIE ad Curvilineum CQDRC, ita Differentia, quâ septupla peripheria circuli ED BG excedit Octuplum Rectæ d, ad Differentiam, quâ hæc ipsa peripheria duodecies multipla superat diametrum ejusdem circuli etiam duodecies multiplam. Q.E.D.

PROPOSITIO C.

Lunula EIBGE est ad Circulum CNDR,

CNDR, ut summa peripheriæ circuli EDBG decies septies multiplæ, & Octupli Rectæ d, ad eandem peripheriam duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Est enim lunula EIBGE ad circulum CNDR ut duodecies submultiplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheria circuli EDBG decies septies multipla & Octupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli, hincque ut summa Rectanguli sub Radio & peripheria decies septies multipla & Octupli Hexagoni ad Rectangulum sub sextuplo diametri & peripheria circuli EDBG, ita lunula EIBGE ad circulum CNDR, est autem illa summa, ad hoc Rectangulum ut summa peripheriæ circuli EDBG decies septies multiplæ & Octupli Rectæ d, ad eandem peripheriam duodecies multiplam, igitur ut lunula EIBGE ad circulum CNDR, ita summa peripheriæ circuli EDBG decies septies multiplæ & Octupli Rectæ d, ad eandem peripheriam duodecies multiplam. Q.E.D.

PRO-

PROPOSITIO CI.

Lunula EIBGE est ad segmentum CQD, ut summa peripheriæ circuli EDBG decies septies multiplæ & Octuplæ Rectæ d, ad Differentiam, quâ hujus peripheriæ sextuplum excedit Diametrum ejusdem Circuli duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Lunula EIBGE enim est ad segmentum CQD ut subsextuplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheria circuli EDBG decies septies multipla & Octupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub Radio & peripheria excedit illud, quod sub diametro ejusdem circuli comprehenditur Quadratum, hincque ut summa Rectanguli sub hoc ipso Radio & peripheria circuli EDB G decies septies multipla & Octupli Hexagoni inscripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub Tripla diametro & peripheria ejusdem circuli superat sextuplum illius, quod sub eadem diametro comprehenditur Quadrati, ita lunula EIBGE ad

segmen-

ſegmentum CQD; ſed illa ſumma ad hanc Differentiam eſt ut ſumma perepheriæ circuli EDBG decies ſepties multiplæ & Octuplæ Rectæ d, ad Differentiam, quâ ejusdem peripheriæ ſextuplum ſuperat diametrum ejusdem circuli duodecies multiplam, ergo ut lunula EIBGE ad ſegmentum CQD, ita ſumma peripheriæ circuli EDBG decies ſepties multiplæ & Octuplæ Rectæ d, ad Differentiam, quâ hujus peripheriæ ſextuplum excedit diametrum ejusdem circuli duodecies multiplam. Q.E.D.

PROPOSITIO CII.

Lunula EIBGE eſt ad Conſegmentum CGD, ut ſumma peripheriæ Circuli EDBG decies ſepties multiplæ & Octupli Rectæ d, ad ſummam hujus peripheriæ decies octies, & Diametri ejusdem Circuli duodecies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Nam lunula EIBGE eſt ad Conſegmentum CGD ut ſubſextuplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & peripheria circuli EDBG decies ſepties multipla & Octupli Hexa-

Hexagoni eidem circulo inſcripti, ad ſummam Rectanguli ſub eodem Radio & Tripla peripheria & illius, quod ſub diametro ejusdem circuli comprehenditur Quadrati, igitur ut ſumma Rectanguli ſub hoc Radio & peripheria decies ſepties multipla & Octupli Hexagoni inſcripti, ad ſummam Rectanguli ſub Noncuplo diametri & peripheria circuli EDBG & ſextupli Quadrati ſub eadem diametro contenti, ita lunula EIBGE ad Conſegmentum CGD, ſunt porrò hæ ſummæ, ut ſumma peripheriæ circuli EDBG decies ſepties multiplæ & Octupli Rectæ d, ad ſummam hujus peripheriæ decies octies, & diametri ejusdem circuli duodecies multiplæ, igitur, ut ſumma peripheriæ decies ſepties multiplæ & Octupli Rectæ d, ad ſummam hujus peripheriæ decies octies, & diametri ejusdem circuli duodecies multiplæ, ita lunula EIBGE, ad Conſegmentum CGD. Q. E. D.

PROPOSITIO CIII.

Lunula EIBGE eſt ad lunulam CQDNC, ut ſumma peripheriæ Circuli EDBG decies ſepties multiplæ & Octu-

& Octupli Rectæ d, ad diametrum ejusdem Circuli duodecies multiplam, ad lúnulam CRDGC verò, ut eadem summa, ad summam peripheriæ Circuli EDBG & Diametri ejusdem Circuli duodecies multiplarum.

DEMONSTRATIO.

Est enim lunula EIBGE ad lunulam CQDNC, ut vigesies quater submultiplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheria circuli EDBG decies septies multipla & Octupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad Triangulum CBD: quare ut summa Rectanguli sub eodem Radio & peripheria decies septies multipla & Octupli Hexagoni inscripti, ad sextuplum illius quod sub diametro ejusdem circuli comprehenditur Quadrati, ita lunula EIBGE ad lunulam CQDNC; sed illa summa est ad hoc sextuplum ut summa peripheriæ circuli EDBG decies septies multiplæ & Octupli Rectæ d, ad diametrum ejusdem circuli duodecies multiplam; Ergo ut summa peripheriæ circuli EDBG decies septies multiplæ & Octupli Rectæ d, ad diametrum ejusdem circuli duodecies multiplam, ita

ita lunula EIBGE, ad lunulam CQDNC. Quod erat primo loco Demonſtrandum.

Pariformiter, cum lunula EIBGE ſit ad lunulam CRDGC ut duodecies ſubmultiplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & peripheria circuli EDBG decies ſepties multipla & Octupli Hexagoni eidem circulo inſcripti ad ſummam Rectanguli ſub Radio & peripheria ejusdem circuli & Quadrati inſcripti CDGB, erit pariter ut ſumma Rectanguli ſub Radio & peripheria circuli EDBG decies ſepties multipla & Octupli Hexagoni eidem circulo inſcripti, ad ſummam Rectanguli ſub ſextupla diametro & peripheria ejusdem circuli & ſextupli illius, quod ſub hac ipsa diametro comprehenditur, Quadrati, ita lunula EI BGE ad lunulam CRDGC; ſunt autem hæ ſummæ, ut ſumma peripheriæ circuli ED BG decies ſepties multiplæ & Octupli Rectæ d, ad ſummam hujus peripheriæ & diametri ejusdem circuli duodecies multiplarum, igitur ut hæ ſummæ, ita lunula EIBGE ad lunulam CRDGC. Quod erat ſecundo loco Demonſtrandum.

PROPOSITIO CIV.

Lunula EIBGE eſt ad Curvilineum

um CQDRC, ut ſumma peripheriæ Circuli EDBG decies ſepties multiplæ & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ hæc peripheria duodecies, excedit Diametrum ejusdem Circuli etiam duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim lunula EIBGE ad Curvilineum CQDRC ut duodecies ſubmultiplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & peripheria circuli EDBG decies ſepties multipla & Octupli Hexagoni eidem circulo inſcripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum ſub Radio & peripheriâ ejusdem circuli excedit Quadratum CDGB, igitur ut ſumma Rectanguli ſub Radio & peripheriâ decies ſepties multiplâ & Octupli Hexagoni inſcripti, ad Differentiam, quâ Rectangulum ſub ſextupla diametro & peripheria circuli EDBG excedit ſextuplum illius, quod ſub diametro ejusdem circuli continetur, Quadrati, ita lunula EIBGE ad curvilineum CQDRC; ſed illa ſumma eſt ad hanc Differentiam, ut ſumma peripheriæ circuli EDBG decies ſepties multiplæ & Octupli Rectæ d, ad Differentiam, quâ hæc eadem

dem peripheria duodecies excedit diametrum ejusdem circuli etiam duodecies multiplam, ergo ut lunula EIBGE ad Curvilineum CQDRC, ita summa peripheriæ circuli EDBG decies septies multiplæ & Octuplæ Rectæ d, ad Differentiam, quâ eadem peripheria duodecies, excedit diametrum ejusdem circuli etiam duodecies multiplam. Q. E. D.

PROPOSITIO CV.

F. 3. Mixtilineum CRDBGC est ad Circulum CNDR ut Differentia, quâ Octuplum Diametri CB excedit peripheriam Circuli QDBG, ad duplum ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Cum enim mixtilineum CRDBGC sit æquale excessui, quo Quadratum CDGB superat semicirculum CRD seu subocutuplo Differentiæ, quâ Quadruplum illius, quod sub diametro CB comprehenditur Quadrati excedit Rectangulum sub Radio & peripheriâ circuli QDBG, erit ut subduplum ejusdem Differentiæ ad Rectangulum sub Radio & peripheriâ ejusdem circuli,

culi, ita mixtilineum ad circulum CNDR: hincque ut hoc ipsum mixtilineum ad eundem circulum, ita Differentia, quâ Quadruplum illius quod sub CB comprehenditur Quadrati superat Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli, ad Rectangulum sub CB & hac ipsâ peripheriâ; Est autem illa Differentia, ad hoc Rectangulum ut Differentia, quâ Octuplum diametri CB excedit peripheriam circuli QDBG, ad duplum ejusdem peripheriæ; igitur ut mixtilineum CRDBGC ad circulum CNDR, ita Differentia, quâ octuplum diametri CB excedit peripheriam circuli QDBG, ad duplum ejusdem peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO CVI.

Idem Mixtilineum est ad segmentum CQD, ut Differentia, quâ Octuplum diametri CB excedit peripheriam Circuli QDBG, ad Differentiam, quâ eadem peripheria superat duplam CB.

DEMONSTRATIO.

Nam cum Mixtilineum sit ad Segmentum CQD ut Differentia, quâ Quadruplum

 plum

plum illius quod sub Diametro CB comprehenditur Quadrati excedit duplum circuli QDBG seu huic æquale Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli, ad Differentiam, quâ idem Rectangulum superat Quadratum Diametri CB, hæ autem Differentiæ sint ut Differentia, quâ Octuplum Diametri CB excedit peripheriam circuli QDBG, ad Differentiam, quâ hæc peripheria superat duplum Diametri CB, erit mixtilineum, ad segmentim CQD ut Differentia, quâ octuplum Diametri CB superat peripheriam circuli QDBG, ad differentiam, quâ hæc ipsa peripheria superat duplum Diametri. Q. E. D.

PROPOSITIO CVIII.

Idem Mixtilineum est ad Consegmentum CGD, ut Differentia, quâ Octuplum Diametri CB superat peripheriam Circuli QDBG ad summam Triplæ hujus peripheriæ & duplæ Diametri CB.

DEMONSTRATIO.

Est enim mixtilineum ad Consegmentum CGD ut Differentia, quâ Quadruplum

plum illius, quod sub Diametro CB comprehenditur Quadrati excedit Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG, ad summam Rectanguli sub eodem Radio & Tripla peripheria ejusdem circuli & Quadrati Diametri CB; Est autem illa Differentia ad hanc summam, ut Differentia, quâ octuplum Diametri excedit peripheriam circuli QDBG, ad summam Triplæ hujus peripheriæ & duplæ Diametri; igitur ut mixtilineum, ad Consegmentum CGD, ita Differentia, quâ octuplum Diametri CB excedit peripheriam circuli QDBG ad summam Triplæ hujus peripheriæ & duplæ Diametri. Q. E. D.

PROPOSITIO CVIII.

Idem Mixtilineum est ad lunulam CQDNC, ut Differentia, quâ Octuplum Diametri CB excedit peripheriam circuli QDBG, ad duplum ejusdem Diametri, ad lunulam CRDGC verò ut eadem Differentia ad summam duplæ peripheriæ duplæque Diametri CB.

DEMONSTRATIO.

Nam mixtilineum eſt ad lunulam CQD NC, ut ſubquadruplum Differentiæ, quâ Quadruplum illius quod ſub Diametro CB continetur Quadrati excedit Rectangulum ſub Radio & peripheria circuli QDBG, ad Triangulum CBD, atque adeò ut Differentia, quâ Quadruplum illius quod ſub CB comprehenditur Quadrati ſuperat Rectangulum ſub Radio & peripheria circuli QDBG, ad Quadratum ipſius CB, ita Mixtilineum ad lunulam CQDNC; Eſt porrò illa Differentia, ad hoc Quadratum, ut Differentia, quâ octuplum Diametri CB excedit peripheriam circuli QDBG ad duplam CB, igitur ut Mixtilineum ad lunulam CQDNC, ita Differentia, quâ octuplum Diametri CB, excedit peripheriam circuli QDBG, ad duplam CB. Quod erat primo loco Demonſtrandum.

Similiter, cum idem Mixtilineum ſit ad lunulam CRDGC, ut ſubduplum Differentiæ, quâ Quadruplum illius quod ſub Diametro CB comprehenditur Quadrati, ſuperat Rectangulum ſub Radio & peripheria circuli QDBG, ad ſummam ejusdem Rectanguli & Quadrati CDGB, erit

etiam

etiam ut Differentia, quâ quadruplum Quadrati sub Diametro CB excedit Rectangulum sub Radio CR & peripheria circuli QDBG, ad summam Rectanguli sub CB & hac ipsa peripheria, & Quadrati sub ipsâ CB, ita Mixtilineum ad lunulam CR DGC; sed illa Differentia est ad hanc summam ut Differentia, quâ octuplum Diameteri CB superat peripheriam circuli QDBG, ad summam dupli hujus peripheriæ duplæque Diametri CB, ergo ut Mixtilineum ad lunulam CRDGC, ita Differentia, quâ octuplum ipsius CB, superat peripheriam circuli QDBG, ad summam dupli hujus peripheriæ duplæque Diametri CB. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO CIX.

Idem Mixtilineum est ad Curvilineum CQDRC, ut Differentia, quâ Octupla Diameter CB superat peripheriam circuli QDBG, ad Differentiam, quâ dupla hæc peripheria excedit duplam CB.

DEMONSTRATIO.

Mixtilineum enim est ad Curvilineum

CQDRC ut subduplum Differentiæ, quâ quadruplum Quadrati sub Diametro CB comprehensi, excedit Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG ad Differentiam, quâ hoc Rectangulũ superat Quadratum CDGB, quare etiam ut Differentia, quâ Quadruplum Quadrati Diametri CB, superat Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub ipsa CB, & eadem peripheria excedit Quadratum sub CB comprehensum, ita mixtilineum ad Curvilineum CQDRC; sunt autem illæ Differentiæ, ut Differentia, quâ octupla CB, excedit peripheriam circuli QDBG, ad Differentiam, quâ dupla hæc peripheria superat duplam Diametrum CB; igitur ut mixtilineum ad Curvilineum CQDRC, ita Differentia, quâ octupla CB, excedit peripheriam circuli QDBG, ad Differentiam, quâ dupla hæc peripheria superat duplam Diametrum. Q. E. D.

PROPOSITIO CX.

F. 1. & 3. Idem Mixtilineum est ad circulum AFBC, ut Differentia, quâ Octuplum Diametri CB excedit peripheri-

pheriam circuli QDBG, ad Triplum ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Nam Mixtilineum est ad circulum AFBC, ut Differentia, quâ Quadruplum illius, quod sub Diametro CB comprehenditur Quadrati superat Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG, ad Rectangulum sub eodem Radio & Tripla peripheria ejusdem circuli; sed illa Differentia est ad hoc Rectangulum ut Differentia, quâ octuplum Diametri CB, excedit peripheriam circuli QDBG, ad Triplum ejusdem peripheriæ; Ergo ut Mixtilineum ad circulum AFBC, ita Differentia, quâ octuplum Diametri CB, excedit peripheriam circuli QDBG, ad Triplum ejusdem peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO CXI.

Idem Mixtilineum est ad Segmentum ADB, ut Differentia, quâ Diameter CB vigesies quater multipla, superat Triplum peripheriæ circuli QDBG, ad Differentiam, quâ Qua-

druplum ejusdem peripheriæ excedit Quadruplum Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim Mixtilineum ad Segmentum ADB, ut ſubquadruplum Differentiæ, quâ Quadruplum illius, quod ſub Diametro CB comprehenditur Quadrati excedit Rectangulum ſub Radio & peripheria circuli QDBG, ad ſubtriplum Differentiæ, quâ idem Rectangulum ſuperat Hexagonum Æquilaterum eidem circulo inſcriptum, atque adeò, ut differentia, quâ Quadratum Diametri CB duodecies multiplum excedit Rectangulum ſub Radio & Tripla peripheria circuli QDBG, ad differentiam, quâ Rectangulum ſub dupla Diametro CB, & peripheria ejusdem circuli ſuperat quadruplum Hexagoni, ita Mixtilineum, ad Segmentum ADB; eſt porrò ut hæ differentiæ, ita differentia, quâ Diameter CB, vigeſies quater multipla ſuperat Triplum peripheriæ circuli QDBG, ad differentiam, quâ quadruplum ejusdem peripheriæ excedit quadruplum Rectæ d, igitur ut Mixtilineum ad Segmentum ADB, ita Differentia, quâ Diameter CB vigeſies quater multipla, ſuperat Triplum peripheriæ circuli

culi QDBG, ad differentiam, quâ quadruplum ejusdem peripheriæ excedit quadruplum Rectæ d. Q. E. D.

PROPOSITIO CXII.

Idem Mixtilineum est ad lunulam ADBFA ut Differentia, quâ Diameter CB, quadragesies octies multipla superat sextuplum peripheriæ circuli QDBG, ad summam ejusdem peripheriæ & octuplæ Rectæ d, ad lunulam ACBGA verò ut eadem Differentia ad summam ejusdem octupli & septuplæ peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Mixtilineum sit ad lunulam ADBFA, ut differentia, quâ quadruplum Quadrati sub Diametro CB, comprehensi excedit Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG, ad subsextuplum summæ ejusdem Rectanguli, & octupli Hexagoni eidem circulo inscripti, erit etiam ut differentia, quâ Quadratum Diametri CB, vigesiès quater multiplum superat Rectangulum sub Tripla hac Diametro & peripheria circuli QDBG, ad summam

Rectan-

druplum ejusdem peripheriæ excedit Quadruplum Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Est enim Mixtilineum ad Segmentum ADB, ut subquadruplum Differentiæ, quâ Quadruplum illius, quod sub Diametro CB comprehenditur Quadrati excedit Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QD BG, ad subtriplum Differentiæ, quâ idem Rectangulum superat Hexagonum Æquilaterum eidem circulo inscriptum, atque adeò, ut differentia, quâ Quadratum Diametri CB duodecies multiplum excedit Rectangulum sub Radio & Tripla peripheria circuli QDBG, ad differentiam, quâ Rectangulum sub dupla Diametro CB, & peripheria ejusdem circuli superat quadruplum Hexagoni, ita Mixtilineum, ad Segmentum ADB; est porrò ut hæ differentiæ, ita differentia, quâ Diameter CB, vigesies quater multipla superat Triplum peripheriæ circuli QDBG, ad differentiam, quâ quadruplum ejusdem peripheriæ excedit quadruplum Rectæ d, igitur ut Mixtilineum ad Segmentum ADB, ita Differentia, quâ Diameter CB vigesies quater multipla, superat Triplum peripheriæ circuli

culi QDBG, ad differentiam, quâ quadruplum ejusdem peripheriæ excedit quadruplum Rectæ d. Q. E. D.

PROPOSITIO CXII.

Idem Mixtilineum est ad lunulam ADBFA ut Differentia, quâ Diameter CB, quadragesies octies multipla superat sextuplum peripheriæ circuli QDBG, ad summam ejusdem peripheriæ & octuplæ Rectæ d, ad lunulam ACBGA verò ut eadem Differentia ad summam ejusdem octupli & septuplæ peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Mixtilineum sit ad lunulam ADBFA, ut differentia, quâ quadruplum Quadrati sub Diametro CB, comprehensi excedit Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG, ad subsextuplum summæ ejusdem Rectanguli, & octupli Hexagoni eidem circulo inscripti, erit etiam ut differentia, quâ Quadratum Diametri CB, vigesiès quater multiplum superat Rectangulum sub Tripla hac Diametro & peripheria circuli QDBG, ad summam

Rectan-

Rectanguli sub Radio CR & peripheria ejusdem circuli, & octupli Hexagoni, ita Mixtilineum ad lunulam ADBFA; sed ut illa differentia ad hanc summam, ita Differentia, quâ Diameter CB quadragesies octies multipla superat sextuplum peripheriæ circuli QDBG, ad summam ejusdem peripheriæ & octuplæ Rectæ d, ergo ut illa differentia ad hanc summam, ita Mixtilineum ad lunulam ADBFA. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Præterea, idem Mixtilineum est ad lunulam ACBGA ut differentia, quâ quadruplum illius quod sub Diametro CB comprehenditur Quadrati, excedit Rectangulum sub Radio & peripheriâ circuli QDBG, ad subsextuplum summæ sub eodem Radio & septuplâ peripheriâ ejusdem circuli & octupli Hexagoni inscripti, hinc que ut differentia, quâ Quadratum Diametri CB vigesies quater multiplum superat Rectangulum sub Triplo ejusdem Diametri & peripheria circuli QDBG, ad summam Rectanguli sub Radio CR & septupla peripheria ejusdem circuli, & octupli Hexagoni inscripti, ita Mixtilineum ad lunulam ACBGA; est autem illa differentia ad hanc summam ut differentia, quâ Diameter

ter CB quadragesies octies multipla excedit sextuplum peripheriæ circuli QDBG, ad summam septupli ejusdem peripheriæ & octupli Rectæ d; igitur ut Mixtilineum ad lunulam ACBGA, ita illa differentia ad hanc summam. Q. E. D.

PROPOSITIO CXIII.

Idem Mixtilineum est ad Curvilineum ADBCA, ut differentia, quâ Diameter CB Quadragesies octies multipla, excedit sextuplum peripheriæ circuli QDBG, ad differentiam, quâ eadem peripheria decies septies multipla, superat octuplum Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Nam Mixtilineum est ad Curvilineum ADBCA, ut differentia, quâ quadruplum Quadrati sub Diametro comprehensi excedit Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG ad subsextuplum differentiæ, quâ Rectangulum sub eodem Radio & peripheria decies septies multipla excedit octuplum Hexagoni eidem circulo inscripti, hincque ut differentia, quâ Quadratum

dratum Diametri CB vigesies quater multiplum excedit Rectangulum sub Tripla hac Diametro & peripheria circuli QDBG ad differentiam, quâ Rectangulum sub Radio CR & peripheria ejusdem circuli decies septies multipla superat octuplum Hexagoni inscripti, ita Mixtilineum ad Curvilineum ADBCA; est porrò ut hæ differentiæ, ita differentia, quâ Diameter CB Quadragesies octies multipla excedit sextuplum peripheriæ circuli QDBG, ad differentiam, quâ eadem peripheria decies septies multipla superat octuplum Rectæ d, igitur ut Mixtilineum ad Curvilineum ADBCA, ita illa differentia ad hanc. Q. E. D.

PROPOSITIO CXIV.

Idem Mixtilineum est ad Consegmentum AGB, ut differentia, quâ Diameter CB vigesies quater multipla, excedit Triplam peripheriam circuli QDBG, ad summam octupli ejusdem peripheriæ & Quadrupli Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Mixtilineum enim est ad Consegmentum

tum AGB, ut subquadruplum differentiæ, quâ quadruplum Quadrati sub Diametro CB comprehensi superat Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG, ad subtriplum summæ Rectanguli sub ipsa CB, & peripheria ejusdem circuli, & Hexagoni eidem circulo inscripti, atque adeò ut differentia, quâ Quadratum Diametri duodecies multiplum excedit Rectangulum sub Radio CR & Tripla peripheria ejusdem circuli, ad summam Rectanguli sub quadrupla Diametro CB, & hac ipsa peripheria & quadrupli Hexagoni inscripti, ita Mixtilineum ad Consegmentum AGB sed ut illa differentia ad hanc summam, ita differentia, quâ Diameter CB, vigesies quater multipla superat Triplum peripheriæ circuli QDBG, ad summam octupli ejusdem peripheriæ & quadruplæ Rectæ d, ergo ut Mixtilineum ad Consegmentum AGB, ita illa differentia ad hanc summam. Q. E. D.

PROPOSITIO CXV.

Idem Mixtilineum est ad circulum EHBI, ut differentia, quâ octuplum Diametri CB, excedit peri- F. 2. & 3.
pheri-

pheriam circuli QDBG, ad eandem peripheriam.

DEMONSTRATIO.

Mixtilineum enim est ad circulum EHBI, ut differentia, quâ quadruplum illius quod sub Diametro CB, comprehenditur quadrati, excedit Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG ad idem Rectangulum; sed illa differentia est ad hoc Rectangulum ut differentia, quâ octupla Diameter CB superat peripheriam ejusdem circuli, ad hanc ipsam peripheriam; ergo ut Mixtilineum ad circulum EHBI, ita differentia, quâ octuplum Diametri CB superat peripheriam circuli QDBG, ad eandem peripheriam. Q. E. D.

PROPOSITIO CXVI.

Idem Mixtilineum est ad segmentum EDB, ut differentia, quâ Diameter CB vigesies quater multipla superat Triplum peripheriæ circuli QDBG ad differentiam, quâ duplum ejusdem peripheriæ excedit quadruplum Rectæ d.

DE-

DEMONSTRATIO.

Cum enim Mixtilineum sit ad segmentum EDB, ut subduplum differentiæ, quâ quadruplum quadrati sub Diametro CB comprehensi, excedit Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG, ad subtriplum differentiæ, quâ idem Rectangulum superat duplum Hexagoni eidem circulo inscripti, erit etiam ut differentia, quâ Quadratum Diametri CB duodecies multiplum superat Rectangulum sub Radio & Triplo peripheriæ ejusdem circuli, ad differentiam, quâ Rectangulum sub Diametro CB & peripheria circuli QDBG, excedit quadruplum Hexagoni inscripti, ita Mixtilineum ad segmentum EDB, sunt autem hæ differentiæ, ut differentia, quâ Diameter CB vigesies quater multipla, superat Triplum peripheriæ circuli QDBG, ad differentiam, quâ duplum ejusdem peripheriæ excedit quadruplum Rectæ d, igitur ut Mixtilineum ad segmentum EDB, ita illa differentia ad hanc. Q. E. D.

PROPOSITIO CXVII.

Idem Mixtilineum est ad Consegmentum EGB, ut differentia, quâ

Dia-

Diameter CB vigesies quater multipla, excedit Triplum peripheriæ circuli QDBG, ad summam decupli ejusdem peripheriæ & quadruplæ Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Est enim Mixtilineum ad Consegmentum EGB ut subduplum differentiæ, quâ quadruplum illius quod sub Diametro CB comprehenditur Quadrati superat Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG, ad subtriplum summæ Rectanguli sub Radio & quincupla peripheria ejusdem circuli & dupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ergo etiam ut differentia, quâ Quadratum Diametri CB duodecies multiplum, excedit Rectangulum sub Radio & Tripla peripheria circuli QDBG ad summam Rectanguli sub quincuplo Diametri CB & peripheria ejusdem circuli & quadrupli Hexagoni inscripti, ita Mixtilineum ad Consegmentum EGB; Est porrò ut illa differentia, ad hanc summam, ita differentia, quâ Diameter CB vigesies quater multipla, excedit Triplum peripheriæ circuli QDBG ad summam decupli ejusdem peripheriæ & quadruplæ Rectæ d, igitur ut Mixtilineum

neum ad Consegmentum EGB, ita illa Differentia, ad hanc summam. Q. E. D.

PROPOSITIO CXVIII.

Idem Mixtilineum est ad lunulam EDBHE, ut Differentia, quâ Diameter CB Quadragesies octies multipla superat sextuplum peripheriæ circuli QDBG, ad differentiam, quâ octuplum Rectæ d, excedit eandem peripheriam, ad lunulam EIBGE verò ut eadem differentia, ad summam hujus peripheriæ decies septies multiplæ & octupli Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Nam Mixtilineum est ad lunulam EDBHE, ut differentia, quâ quadruplum quadrati sub Diametro CB comprehensi, excedit Rectangulum sub Radio & peripheria Circuli QDBG, ad subsextuplum differentiæ, quâ octuplum Hexagoni eidem circulo inscripti, superat idem Rectangulum; atque adeò ut differentia, quâ quadratum Diametri CB vigesies quater multiplum, excedit Rectangulum sub Tripla hac Diametro & peripheria circuli QDBG, ad diffe-

 renti-

rentiam, quâ octuplum Hexagoni inscripti superat Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli, ita Mixtilineum ad lunulam EDBHE; sed hæ differentiæ sunt, ut differentia, quâ Diameter CB quadragesies octies multipla superat sextuplum peripheriæ circuli QDBG, ad Differentiam, quâ octuplum Rectæ d, excedit eandem peripheriam, ergo ut differentia, quâ Diameter CB quadragesies octies multipla superat sextuplum peripheriæ circuli QDBG, ad Differentiam, quâ octuplum Rectæ d, excedit eandem peripheriam, ita Mixtilineum ad lunulam EDBHE. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Prætereà, cum idem Mixtilineum sit ad lunulam EIBGE, ut differentia, quâ quadruplum quadrati sub Diametro CB contenti, excedit Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG, ad subsextuplum summæ Rectanguli sub eodem Radio & peripheria decies septies multipla, & octupli Hexagoni eidem circulo inscripti; erit etiam ut differentia, quâ quadratũ Diametri CB vigesies quater multiplum superat Rectangulum sub Tripla Diametro & peripheria circuli QDBG, ad summam Rectanguli sub Radio & peripheria decies septies

multi-

multipla & octupli Hexagoni inscripti, ita Mixtilineum ad lunulam EIBGE; Est autem ut illa differentia, ad hanc summam, ita differentia, quâ Diameter CB quadragesies octies multipla, excedit sextuplum peripheriæ circuli QDBG, ad summam ejusdem peripheriæ decies septies multiplæ, & octupli Rectæ d, igitur ut illa Differentia ad hanc summam, ita Mixtilineum, ad lunulam EIBGE. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO CXIX.

Idem Mixtilineum est ad Curvilineum EDBIE, ut differentia, quâ Diameter CB Quadragesies octies multipla excedit sextuplum peripheriæ circuli QDBG, ad differentiam, quâ septuplum ejusdem peripheriæ superat octuplum Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Nam Mixtilineum est ad Curvilineum EDBIE ut differentia, quâ quadruplum illius, quod sub Diametro CB comprehenditur quadrati excedit Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG, ad sub-

ſextuplum differentiæ, quâ Rectangulum ſub eodem Radio & ſeptuplo peripheriæ ejusdem circuli ſuperat octuplum Hexagoni eidem circulo inſcripti; hincque ut differentia, quâ quadratum Diametri CB vigeſies quater multiplum excedit Rectangulum ſub Tripla Diametro CB & peripheria circuli QDBG, ad differentiam, quâ Rectangulum ſub eodem Radio & ſeptupla peripheria ejusdem circuli ſuperat octuplum Hexagoni inſcripti, ita Mixtilineum ad Curvilineum EDBIE; ſed hæ differentiæ, ſunt ut differentia, quâ Diameter CB Quadrageſies octies multipla excedit ſextuplum peripheriæ circuli QDBG, ad differentiam, quâ ſeptuplum ejusdem peripheriæ ſuperat octuplum Rectæ d, ergo, ut Mixtilineum ad Curvilineum EDBI E, ita illa differentia ad hanc. Q. E. D.

PROPOSITIO CXX.

F. 3. Sectio lunulæ CRDGC ſub Radio RB & arcubus DR, DB comprehenſa, eſt ad Circulum CNDR ut ſumma peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB ad quadruplum ejusdem peripheriæ.

DE-

DEMONSTRATIO.

Nam cum ſectio lunulæ CRDGC ſub Radio RB & arcubus DR, DB comprehenſa ſit æqualis decies ſexies ſubmultiplo ſummæ Rectanguli ſub eodem Radio & peripheria circuli QDBG, & quadrati ſub Diametro CB, erit, ut hæc ſectio ad circulum CNDR, ita ſubquadruplam ejusdem ſummæ ad Rectangulum ſub Radio & peripheria circuli QDBG, hincque etiam ut ſumma hujus Rectanguli & quadrati ſub Diametro CB comprehenſi, ad Rectangulum ſub dupla Diametro & peripheria circuli QDBG, ità ſectio lunulæ CRDGC, ad circulum CNDR; Eſt porrò illa ſumma ad hoc Rectangulum, ut ſumma peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad quadruplum ejusdem peripheriæ, igitur ut hæc ſectio ad Circulum CNDR, ita ſumma peripheriæ Circuli QDBG, & duplæ Diametri CB, ad quadruplum ejusdem peripheriæ. Q.E.D.

PROPOSITIO CXXI.

Eadem ſectio eſt ad ſegmentum CQD, ut ſumma peripheriæ circuli QDBG, & duplæ Diametri CB, ad

differentiam, quâ duplum hujus peripheriæ, excedit quadruplum ejusdem Diametri.

DEMONSTRATIO.

Cum enim hæc sectio sit ad segmentum CQD ut subduplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheria circuli QDBG & quadrati sub Diametro CB comprehensi, ad differentiam, quâ idem Rectangulum excedit hoc ipsum quadratum, erit etiam ut summa Rectanguli sub hoc Radio & peripheria circuli QDBG & illius quod sub Diametro CB comprehenditur quadrati ad differentiam, quâ Rectangulum sub ipsâ Diametro & peripheria ejusdem Circuli superat duplum quadrati sub hac Diametro comprehensi, ita hæc sectio lunulæ ad segmentum CQD; sed illa summa est ad hanc differentiam ut summa peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ duplum hujus peripheriæ, excedit quadruplum ejusdem Diametri, ergo ut hæc sectio ad segmentum CQD, ita summa peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ duplum hujus peripheriæ, excedit quadruplum ejusdem Diametri. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO CXXII.

Eadem Sectio est ad Consegmentum CGD, ut summa peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad summam sextupli hujus peripheriæ & quadrupli ejusdem Diametri.

DEMONSTRATIO

Sectio enim lunulæ CRDGC sub Radio RB & arcubus DR, DB comprehensa, est ad Consegmentum CGD ut subduplum summæ Rectanguli sub eodem Radio & peripheria circuli QDBG & quadrati Diameteri CB ad summam Rectanguli sub eodem Radio & Tripla peripheria ejusdem circuli & quadrati sub Diametro CB comprehensi, atque adeo ut summa Rectanguli sub Radio & peripheria Circuli QDBG, & illius quod sub Diametro CB comprehenditur quadrati ad summam Rectanguli sub Tripla Diametro CB & peripheria ejusdem Circuli & dupli illius quod sub eadem Diametro comprehenditur quadrati, ita hæc sectio ad Consegmentum CGD; Est autem ut hæ summæ, ita summa peri-

pheriæ Circuli QDBG, & duplæ Diametri CB ad summam sextupli hujus peripheriæ & quadrupli ejusdem Diametri, igitur ut hæc sectio ad Consegmentum CGD, ita summa peripheriæ Circuli QDBG, & duplæ Diametri CB, ad summam sextupli hujus peripheriæ & quadrupli ejusdem Diametri. Q. E. D.

PROPOSITIO CXXIIII.

Eadem Sectio est ad lunulam CQDNC, ut summa peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad Quadruplum ejusdem Diametri, ad lunulam CRDGC verò ut eadem summa, ad summam Quadrupli tam hujus peripheriæ quam ejusdem Diametri.

DEMONSTRATIO.

Nam hæc sectio est ad lunulam CQDNC, ut suboctuplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheria circuli QDBG & illius, quod sub Diametro CB comprehenditur quadrati, ad quadratum Radij, hincque ut summa Rectanguli sub Radio & peripheriâ circuli QDBG & quadrati sub Diame-

Diametro CB comprehensi, ad duplum illius quod sub hac ipsa Diametro comprehenditur quadrati, ita hæc sectio ad lunulam CQDNC; sed ut illa summa ad duplum hoc quadratum, ita summa peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB ad quadruplum ejusdem Diametri, ergo ut summa peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad quadruplum ejusdem Diametri, ita hæc sectio ad lunulam CQDNC. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Præterea, cum eadem sectio sit ad ipsam lunulam CRDGC, ut subquadruplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG, & illius, quod sub Diametro CB comprehenditur quadrati ad summam ejusdem Rectanguli & quadrati CDGB, erit etiam ut summa Rectanguli sub Radio & peripheria ejusdem Circuli & quadrati sub Diametro CB comprehensi, ad summam Rectanguli sub dupla Diametro CB & eadem peripheria & dupli quadrati sub hac ipsâ Diametro comprehensi, ita hæc sectio ad lunulam CRDGC; Est porrò ut hæ summæ, ita summa peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad summam quadrupli tum hujus peripheriæ, tum

ejus-

ejusdem Diametri, igitur, ut ſumma peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad ſummam quadrupli tum hujus peripheriæ tum ejusdem Diametri, ita hæc ſectio ad lunulam CRDGC. Quod erat ſecundo loco Demonſtrandum.

PROPOSITIO CXXIV.

Eadem Sectio eſt ad Curvilineum CQDRC, ut ſumma peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ quadruplum hujus peripheriæ, excedit quadruplum ejusdem Diametri.

DEMONSTRATIO.

Cum enim hæc ſectio ſit ad Curvilineum CQDRC ut ſubquadruplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & peripheriâ Circuli QDBG & quadrati ſub Diametro CB comprehenſi, ad Differentiam, quâ idem Rectangulum excedit quadratum CDGB, erit etiam ut ſumma Rectanguli ſub Radio & peripheriâ Circuli QDBG, & illius quod ſub Diametro CB comprehenditur quadrati, ad Differentiam, quâ Rectangulum ſub dupla hâc Diametro & peripheriâ ejusdem

Circuli

Circuli excedit duplum quadrati ſub Diametro CB comprehenſi, ita hæc ſectio ad Curvilineum CQDRC, eſt autem ut illa ſumma ad hanc Differentiam, ita ſumma peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB ad Differentiam quâ quadruplum hujus peripheriæ excedit quadruplum ejusdem Diametri, igitur ut hæc ſectio ad Curvilineum CQDRC, ita ſumma peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad Differentiam, quâ quadruplum hujus peripheriæ excedit quadruplum ejusdem Diametri. Q. E. D.

PROPOSITIO CXXV.

Eadem ſectio eſt ad Mixtilineum CRDBG, ut ſumma peripheriæ Circuli QDBG ut Duplæ Diametri CB, ad Differentiam, quâ hæc ipſa Diameter decies ſexies multipla excedit Duplum Ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim hæc ſectio ad Mixtilineum CRDBG ut ſubduplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & peripheriâ Circuli QDBG & Quadrati ſub Diametro CB comprehenſi, ad Diffe-

Differentiam, quâ Quadruplum hujus Quadrati excedit idem Rectangulum: atque adeò ut summa Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG & Quadrati sub Diametro CB comprehensi, ad differentiam, quâ octuplum illius quadrati superat Rectangulum sub ipsâ Diametro CB & peripheria ejusdem Circuli, ita hæc sectio lunulæ, ad Mixtilineum CRDBG; sed ut illa summa ad hanc differentiam, ita summa peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ hæc ipsa Diameter decies sexies multipla excedit duplum ejusdem peripheriæ, ergo ut hæc sectio ad Mixtilineum CRDBG, ita summa peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ hæc ipsâ Diameter decies sexies multipla excedit duplum ejusdem peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO CXXVI.

F. 1. & 3. Eadem sectio est ad Circulum AFBC, ut summa peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad sextuplum ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Nam hæc sectio est ad Circulum AFBC

ut

ut subduplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheria Circuli QDBG & quadrati sub Diametro CB comprehensi, ad Rectangulum sub eodem Radio & tripla peripheria ejusdem Circuli, hincque ut summa Rectanguli sub hoc ipso Radio & peripheria Circuli QDBG, & illius, quod sub Diametro CB comprehenditur quadrati, ad Rectangulum sub triplâ Diametro & peripheria ejusdem Circuli, ita hæc sectio lunulæ CRDGC ad Circulum AFBC; Est autem illa summa ad hoc Rectangulum, ut summa peripheriæ Circuli QDBG, & duplæ Diametri CB, ad sextuplum ejusdem peripheriæ, igitur ut hæc sectio ad Circulum AFBC, ita summa peripheriæ Circuli QDB G & duplæ Diametri CB, ad sextuplum ejusdem peripheriæ. Q.E.D.

PROPOSITIO CXXVII.

Eadem sectio est ad segmentum ADB, ut summa Triplæ peripheriæ Circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB; ad Differentiam, quâ octuplum ejusdem peripheriæ superat octuplum Rectæ d.

DE-

DEMONSTRATIO.

Eſt enim ut hæc ſectio ad ſegmentum ADB, ita ſuboctuplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & peripheria Circuli QDBG, & quadrati ſub Diametro CB comprehenſi, ad ſubtriplum differentiæ, quâ idem Rectangulum ſuperat Hexagonum eidem Circulo inſcriptum, atque adeò ut ſumma Rectanguli ſub eodem Radio & Triplâ peripheria Circuli QDBG, & Tripli illius, quod ſub Diametro CB comprehenditur quadrati, ad differentiam, quâ Rectangulum ſub quadrupla Diametro & peripheria ejusdem Circuli excedit octuplum Hexagoni inſcripti, ita hæc ſectio ad ſegmentum A DB; ſed illa ſumma ad hanc differentiam eſt ut ſumma Triplæ peripheriæ Circuli Q DBG, & ſextuplæ Diametri CB ad differentiam, quâ octuplum ejusdem peripheriæ ſuperat octuplum Rectæ d, Ergo ut hæc ipſa ſectio ad ſegmentum ADB, ita illa ſumma ad hanc differentiam. Q. E. D.

PROPOSITIO CXXVIII.

Eadem ſectio eſt ad lunulam AD BFA, ut ſumma Triplæ peripheriæ Circuli QDBG, & ſextuplæ Diametri

tri CB, ad summam ejusdem peripheriæ & octupli Rectæ d, ad lunulam ACBGA verò ut illa summa ad summam hujus octupli & septupli ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Cum enim hæc sectio sit ad lunulam ADBFA, ut summa Rectanguli sub Radio & peripheria Circuli QDBG & quadrati sub Diametro CB comprehensi, ad subtriplum summæ ejusdem Rectanguli & octupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, erit quoque ut summa Rectanguli sub eodem Radio & Triplâ peripheria Circuli QDBG, & Tripli illius, quod sub Diametro CB comprehenditur quadrati, ad summam Rectanguli sub hoc ipso Radio & peripheria ejusdem Circuli, & octupli Hexagoni inscripti, ita hæc sectio ad lunulam ADBFA; Est autem ut illa summa ad hanc, ita summa Triplæ peripheriæ circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB, ad summam ejusdem peripheriæ & octupli Rectæ d, igitur ut hæc sectio ad lunulam ADBFA, ita summa Triplæ peripheriæ & sextuplæ Diametri, ad summam ejusdem peripheriæ & octupli Rectæ d. Quod erat primo loco demonstrandum.

Pari-

Pariformiter, cum eadem ſectio ſit ad lunulam ACBGA, ut ſumma Rectanguli ſub Radio & peripheria circuli QDBG & quadrati ſub Diametro CB comprehenſi, ad ſubtriplum ſummæ Rectanguli ſub eodem Radio & ſeptupla hac peripheria, & octupli Hexagoni eidem circulo inſcripti, erit etiam ut ſumma Rectanguli ſub eodem Radio & Tripla peripheria & Tripli quadrati ſub Diametro CB comprehenſi, ad ſummam Rectanguli ſub hoc Radio & ſeptuplo ejusdem peripheriæ, & octupli Hexagoni inſcripti, ita hæc ſectio, ad lunulam ACBGA ſed hæ ſummæ ſunt, ut ſumma triplæ peripheriæ Circuli QDBG, & ſextuplæ Diametri CB, ad ſummam ſeptuplæ hujus peripheriæ, & octupli Rectæ d, Ergo ut illa ſumma ad hanc, ita hæc ſectio lunulæ CR DGC ad lunulam ACBGA. Quod erat ſecundo loco demonſtrandum.

PROPOSITIO CXXIX.

Eadem ſectio eſt ad Curvilineum ADBCA, ut ſumma Triplæ peripheriæ Circuli QDBG & ſeptuplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ hæc ipſa peripheria decies ſepties multipla excedit octuplum Rectæ d.

DE-

DEMONSTRATIO.

Nam hæc ſectio eſt ad Curvilineum ADBCA ut ſumma Rectanguli ſub Radio & peripheria Circuli QDBG & quadrati ſub Diametro CB comprehenſi ad ſubtriplum differentiæ, quâ Rectangulum ſub eodem Radio & peripheriâ ejusdem Circuli decies ſepties multiplâ excedit octuplum Hexagoni eidem Circulo inſcripti: hincque ut ſumma Rectanguli ſub eodem Radio & Triplâ peripheriâ & Tripli quadrati ſub Diametro CB comprehenſi, ad differentiam, quâ Rectangulum ſub hoc ipſo Radio & peripheriâ ejusdem Circuli decies ſepties multiplâ excedit octuplum Hexagoni eidem Circulo inſcripti, ita hæc ſectio ad Curvilineum ADBCA; eſt porrò illa ſumma ad hanc differentiam, ut ſumma Triplæ peripheriæ Circuli QDBG & ſextuplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ hæc ipſa peripheria decies ſepties multipla, excedit octuplum rectæ d, igitur ut hæc ſectio ad Curvilineum ADBCA, ita illa ſumma ad hanc differentiam. Q. E. D.

PROPOSITIO CXXX.

Eadem ſectio eſt ad Conſegmen-

 tum

tum AGB, ut summa Triplæ peripheriæ Circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB, ad summam ejusdem peripheriæ decies sexies multiplæ & octupli Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Est enim hæc sectio ad Consegmentum AGB, ut suboctuplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG & illius, quod sub Diametro CB comprehenditur quadrati, ad subtriplum summæ Rectanguli sub eadem Diametro & peripheria Circuli QDBG & Hexagoni eidem Circulo inscripti, atque adeò ut summa Rectanguli sub Radio & Triplâ peripheriâ ejusdem Circuli & Tripli illius, quod sub Diametro CB, comprehenditur, quadrati, ad summam Rectanguli sub octuplâ hâc Diametro & peripheriâ Circuli QDBG & octupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ita hæc sectio lunulæ CRDGC ad Consegmentum AGB; Sed hæ summæ sunt ut summa Triplæ peripheriæ Circuli QDBG, & sextuplæ Diametri CB, ad summam ejusdem peripheriæ decies sexies multiplæ & octupli Rectæ d, Ergo ut hæc sectio lunu-

læ CRDGC ad Consegmentum AGB, ita illa summa ad hanc. Q.E.D.

PROPOSITIO CXXXI.

Eadem sectio est ad Circulum EHBI ut summa peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad duplum ejusdem peripheriæ. F. 2. & 3.

DEMONSTRATIO.

Nam hæc sectio est ad Circulum EHBI, ut subduplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli QDBG & illius quod sub Diametro CB comprehenditur quadrati, ad idem Rectangulum: hincque ut summa hujus Rectanguli & quadrati sub ipsa CB comprehensi, ad Rectangulum sub eadem Diametro & peripheriâ Circuli QDBG, ita hæc sectio ad Circulum EHBI, est autem illa summa ad hoc Rectangulum, ut summa peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB ad duplum ejusdem peripheriæ, igitur ut hæc sectio ad Circulum EHBI ita summa peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad duplum ejusdem peripheriæ. Q.E.D.

PROPOSITIO CXXXII.

Eadem ſectio eſt ad ſegmentum EDB, ut ſumma Triplæ peripheriæ Circuli QDBG & ſextuplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ quadruplum ejusdem peripheriæ excedit octuplum Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Cum enim hæc ſectio ſit ad ſegmentum E DB ut ſubquadruplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & peripheria Circuli QDBG, & quadrati ſub Diametro CB comprehenſi ad ſubtriplum Differentiæ, quâ idem Rectangulum ſuperat duplum Hexagoni eidem Circulo inſcripti, erit etiam ut ſumma Rectanguli ſub eodem Radio & tripla peripheria Circuli QDBG & tripli quadrati ſub Diametro comprehenſi, ad Differentiam, quâ Rectangulum ſub dupla Diametro & eâdem peripheria, excedit octuplum illius quod eidem Circulo inſcribitur Hexagoni; ita hæc ſectio ad ſegmentum EDB, ſed illa ſumma eſt ad hanc Differentiam, ut ſumma triplæ peripheriæ Circuli QDBG & ſextuplæ Diametri CB, ad Differentiam,

quâ

quâ hujus peripheriæ quadruplum excedit octuplum Rectæ d, Ergo ut hæc sectio ad segmentum EDB, ita illa summa ad hanc Differentiam. Q. E. D.

PROPOSITIO CXXXIII.

Eadem sectio est ad Consegmentum EGB, ut summa Triplæ peripheriæ Circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB, ad summam ejusdem peripheriæ vicies multiplæ & octupli Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Quoniam hæc sectio est ad Consegmentum EGB ut subquadruplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheriâ circuli QDBG & illius, quod sub Diametro CB continetur, quadrati, ad subtriplum summæ Rectanguli sub eodem Radio & quintuplo peripheriæ ejusdem circuli & dupli Hexagoni inscripti; erit pariter ut summa Rectanguli sub Radio & tripla peripheria circuli QDBG, & tripli quadrati sub Diametro CB comprehensi, ad summam Rectanguli sub decupla hac Diametro & peripheriâ ejusdem Circuli, & octupli Hexagoni

goni inſcripti, ita hæc ſectio ad Conſegmentum EGB; ſunt porrò hæ ſummæ ut ſumma triplæ peripheriæ circuli QDBG & ſextuplæ Diametri CB, ad ſummam ejusdem peripheriæ vicies multiplæ & octuplæ Rectæ d, ergò ut hæc ſectio ad Conſegmentum EGB, ita illa ſumma ad hanc. Q. E. D.

PROPOSITIO CXXXIV.

Eadem ſectio eſt ad lunulam ED BHE, ut ſumma Triplæ peripheriæ Circuli QDBG & ſextuplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ octuplum Rectæ d, excedit peripheriam ejusdem Circuli: ad lunulam EIBGE verò ut hæc ipſa ſumma ad ſummam ejusdem peripheriæ decies ſepties multiplæ & octupli Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Cum enim hæc ſectio ſit ad lunulam ED BHE, ut ſumma Rectanguli ſub Radio & peripheria Circuli QDBG & illius quod ſub Diametro CB comprehenditur quadrati, ad ſubtriplum Differentiæ, quâ octuplum Hexagoni eidem Circulo inſcripti excedit idem

Rectan-

Rectangulum, erit etiam ut summa Rectanguli sub eodem Radio & Tripla peripheria circuli QDBG, & Tripli quadrati sub Diametro contenti, ad Differentiam, quâ octuplum Hexagoni inscripti superat Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli, ita hæc ipsa sectio ad lunulam EDBHE, sed illa summa ad hanc Differentiam est ut summa Triplæ peripheriæ circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB ad Differentiam, quâ octuplum Rectæ d, superat eandem peripheriam ; Ergo ut illa summa ad hanc Differentiam, ita hæc sectio lunulæ CRDGC ad lunulam EDBHE. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Præterea, hæc eadem sectio est ad lunulam EIBGE ut summa Rectanguli sub Radio & peripheria circuli QDBG & quadrati sub Diametro CB contenti ad subtriplum summæ Rectanguli sub hoc Radio & peripheria ejusdem circuli decies septies multipla & octupli Hexagoni inscripti, hincque ut summa Rectanguli sub Radio & tripla peripheria circuli QDBG, & Tripli quadrati comprehensi sub Diametro CB, ad summam Rectanguli sub Radio & peripheria ejusdem circuli decies septies multipla, & octuplo Hexagoni inscripti, ita

hæc ſectio ad lunulam EIBGE; eſt porò ut hæ ſummæ, ita ſumma triplæ peripheriæ circuli QDBG & ſextuplæ Diametri CB, ad ſummam ejusdem peripheriæ decies ſepties multiplæ & octupli Rectæ d, igitur ut hæ ſummæ, ita hæc ſectio ad lunulam EIBGE. Quod erat ſecundo loco Demonſtrandum.

PROPOSITIO CXXXV.

Eadem ſectio eſt ad Curvilineum EDBIE ut ſumma Triplæ peripheriæ Circuli QDBG & ſextuplæ Diametri CB, ad exceſſum quo ſeptuplum ejusdem peripheriæ ſuperat octuplum Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Hæc eadem ſectio eſt ad Curvilineum EDBIE ut ſummâ Rectanguli ſub Radio & peripheria circuli QDBG, & illius, quod ſub Diametro CB continetur, quadrati, ad ſubtriplum Differentiæ, quâ Rectangulum ſub eodem Radio & ſeptupla peripheria ſuperat octuplum Hexagoni eidem circulo inſcripti; atque adeo ut ſumma Rectanguli ſub hoc ipſo Radio & Triplo peripheriæ

riæ circuli QDBG & tripli quadrati ſub Diametro CB contenti, ad Differentiam, quâ Rectangulum ſub Radio & ſeptupla peripheria excedit octuplum Hexagoni eidem circulo inſcripti, ita hæc ſectio ad Curvilineum EDBIE; Eſt autem illa ſumma ad hanc Differentiam, ut ſumma Triplæ peripheriæ circuli QDBG & ſextuplæ Diametri CB, ad Differentiam, quâ ſeptuplum ejusdem peripheriæ excedit octuplum Rectæ d; Ergo ut hæc ſectio ad Curvilineum EDBIE, ita ſumma Triplæ peripheriæ circuli QDBG & ſextuplæ Diametri CB, ad exceſſum, quo ſeptupla hæc peripheria ſuperat octuplum Rectæ d. Q. E. D.

PROPOSITIO CXXXVI.

Sectio lunulæ CRDGC ſub ſemicirculo CGB, Quadrante CR & Radio RB comprehenſa, eſt ad Circulum CNDR, ut ſumma Triplæ peripheriæ Circuli QDBG, & duplæ Diametri CB, ad ejusdem peripheriæ quadruplum. F. 3.

DE-

DEMONSTRATIO.

Eſt enim ſectio RCB ſub ſemicirculo CGB, quadrante CR & Radio RB comprehenſa ad circulum CNDR, ut ſubquadruplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & Tripla peripheria circuli QDBG & quadrati ſub Diametro CB comprehenſi, ad Rectangulum ſub Radio & peripheria ejusdem circuli; hincque ut ſumma Rectanguli ſub Radio & Tripla peripheria, & quadrati ſub Diametro contenti, ad Rectangulum ſub dupla Diametro CB & peripheriâ ejusdem circuli, ita ſectio RCB ad circulum CNDR; ſed illa ſumma ad hoc Rectangulum eſt ut ſumma Triplæ peripheriæ circuli QDBG, & duplæ Diametri CB, ad ejusdem peripheriæ quadruplum: Ergo ut ſectio RCB ad circulum CNDR, ita ſumma Triplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad ejusdem peripheriæ quadruplum. Q. E. D.

PROPOSITIO CXXXVII.

Eadem ſectio RCB eſt ad ſegmentum CQD, ut ſumma Triplæ peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad Exceſſum, quo duplum

plum hujus peripheriæ superat quadruplum ejusdem Diametri.

DEMONSTRATIO.

Nam Sectio RCB est ad segmentum CQD, ut subduplum summæ Rectanguli sub Radio & Tripla peripheria circuli QDBG & illius quod sub Diametro CB continetur quadrati, ad differentiam, quâ Rectangulum sub eodem Radio & peripheria circuli QDBG, excedit idem quadratum, atque adeo, ut summa Rectanguli sub hoc ipso Radio & Tripla peripheria ejusdem circuli & quadrati sub Diametro CB comprehensi, ad Differentiam, quâ Rectangulum sub hac Diametro & peripheria circuli QDBG, excedit duplum illius, quod sub ipsâ CB comprehenditur quadrati, ita sectio RCB ad segmentum CQD; Est porrò illa summa, ad hanc differentiam, ut summa Triplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ hujus peripheriæ duplum superat quadruplum ejusdem Diametri, igitur ut sectio RCB ad segmentum CQD, ita illa summa ad hanc differentiam. Q.E.D.

PRO-

PROPOSITIO CXXXVIII.

Consegmentum CGD est duplum sectionis RCB.

DEMONSTRATIO.

Cum enim sectio RCB sit ad Consegmentum CGD ut subduplum summæ Rectanguli sub Tripla peripheria & Radio circuli QDBG, & illius, quod sub Diametro CB, comprehenditur, quadrati, ad summam Rectanguli sub eodem Radio & Tripla hâc peripheria & ejusdem quadrati, hæc autem summa illius sit dupla, erit etiam Consegmentum CGD duplum sectionis RCB. Q. E. D.

PROPOSITIO CXXXIX.

Sectio RCB est ad lunulam CQDNC, ut summa Triplæ peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB ad quadruplum ejusdem Diametri, ad lunulam CRDGC verò ut eadem summa ad summam quadrupli tam hujus peripheriæ quam Diametri CB.

DE-

DEMONSTRATIO.

Nam lunula CQDNC est *per* 28. *hujus*, ad Consegmentum CGD, ut dupla Diameter CB ad summam Triplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri, ergo, ut dupla Diameter CB ad subduplum hujus summæ, ita lunula CQDNC, ad subduplum consegmenti CGD; sed subduplum consegmenti CGD æquatur *per præced.* sectioni RCB, igitur ut dupla Diameter CB ad subduplum summæ Triplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri, ita consegmentum CGD ad sectionem RCB; est porrò dupla Diameter ad hoc subduplum, ut quadruplum ejusdem Diametri ad summam Triplæ peripheriæ circuli QDBG duplæque Diametri CB, ergo ut illud quadruplum ad hanc summam, ita lunula C QDNC, ad sectionem RCB, seu, ut hæc summa ad illud quadruplum, ita sectio R CB ad lunulam CQDNC. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Præterea cum Consegmentum CGD *per* 28. *hujus* sit ad lunulam CRDGC, ut summa Triplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB ad summam hujus duplæ Diametri duplæque peripheriæ ejusdem circuli, erit quoque ut subduplum illius summæ

mæ ad hanc summam, ita subduplum consegmenti CGD sive huic *per præced.* æqualis sectio RCB ad lunulam CRDGC, est porrò subduplum illius summæ ad hanc summam ut summa Triplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB ad summam quadruplæ hujus Diametri & quadruplæ peripheriæ, ergo ut illa summa ad hanc, ita sectio RCB ad lunulam CRDG C. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO CXL.

Sectio RCB est ad Curvilineum CQDRC, ut summa Triplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ quadruplum hujus peripheriæ excedit quadruplum ejusdem Diametri.

DEMONSTRATIO.

Sectio RCB enim est ad Curvilineum C QDRC ut subquadruplum summæ Rectanguli sub Radio & Triplâ peripheriâ circuli QDBG & quadrati sub Diametro CB contenti, ad differentiam, quâ Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli

culi superat quadratum CDGB, quare ut summa Rectanguli sub eodem Radio & Tripla peripheria circuli QDBG & quadrati sub Diametro CB comprehensi ad differentiam, quâ Rectangulum sub dupla hâc Diametro & peripheria ejusdem circuli, superat duplum illius quod sub eâdem Diametro comprehenditur quadrati, ita sectio RCB ad Curvilineum CQDRC; sed illa summa ad hanc differentiam est ut summa Triplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad excessum, quo quadruplum hujus peripheriæ superat quadruplum ejusdem Diametri; ergo ut sectio RCB ad Curvilineum CQDRC, ita illa summa ad hunc excessum. Q. E. D.

PROPOSITIO CXLI.

Sectio RCB est ad Mixtilineum CRDBGC, ut summa Triplæ peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad Differentiam, quâ hæc ipsa Diameter decies sexies multipla excedit duplum ejusdem peripheriæ.

DE-

DEMONSTRATIO.

Nam ſectio RCB eſt ad Mixtilineum C RDBGC, ut ſubduplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & Tripla peripheriâ circuli QDBG & quadrati ſub Diametro CB comprehenſi, ad differentiam, quâ quadruplum ejusdem quadrati, excedit Rectangulum ſub eodem Radio & peripheria ejusdem circuli; quare ut ſumma Rectanguli ſub Radio & Tripla peripheria & quadrati ſub Diametro CB contenti, ad differentiam, quâ octuplum quadrati ſub Diametro comprehenſi, excedit Rectangulum ſub hâc Diametro & peripheria ejusdem circuli, ita ſectio RCB ad Mixtilineum C RDBGC; Eſt autem ut illa ſumma, ad hanc differentiam, ita ſumma Triplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ eadem Diameter decies ſexies multipla excedit duplum illius peripheriæ, igitur ut ſectio RCB ad Mixtilineum CRDBGC, ita illa ſumma ad hanc differentiam. Q. E. D.

PROPOSITIO CXLII.

Sectio RCB eſt ad ſectionem RD B ut ſumā Triplæ peripheriæ circuli QDBG

QDBG &. duplæ Diametri CB, ad ſummam hujus dupli & peripheriæ ejusdem circuli.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim Sectio RCB ad ſectionem RDB, ut ſumma Rectanguli ſub Radio & Triplâ peripheriâ circuli QDBG & illius quod ſub Diametro CB comprehenditur quadrati, ad ſummam hujus quadrati & Rectanguli ſub Radio & peripheria ejusdem circuli. Eſt porrò ut hæ ſummæ, ita ſumma Triplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB ad ſummam hujus dupli & peripheriæ ejusdem Circuli, igitur ut ſectio RCB ad ſectionem RDB, ita ſumma Triplæ peripheriæ circuli QDBG, & duplæ Diametri CB, ad ſummam hujus dupli & peripheriæ ejusdem circuli. Q. E. D.

PROPOSITIO CXLIII.

Sectio RCB, eſt ad circulum AFBC, ut ſumma Triplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad ſextuplum ejusdem peripheriæ. F. 1. & 3.

DEMONSTRATIO.

Sectio RCB enim est ad circulum AFBC ut subduplum Rectanguli sub Radio & Tripla peripheria circuli QDBG & quadrati sub Diametro CB contenti, ad Rectangulum sub hoc ipso Radio & Tripla peripheria ejusdem circuli, hincque, ut summa Rectanguli sub Radio & Tripla peripheria Circuli QDBG & quadrati sub Diametro CB comprehensi, ad Rectangulum sub Triplâ hâc Diametro & peripheria ejusdem Circuli, ita sectio RCB ad Circulum AFBC; sed illa summa est ad hoc Rectangulum, ut summa Triplæ peripheriæ Circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad sextuplum ejusdem peripheriæ, ergo ut sectio RCB ad Circulum AFBC, ita illa summa ad sextuplum peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO CXLIV.

Sectio RCB est ad Segmentum ADB, ut summa Noncuplæ peripheriæ circuli QDBG, & sextuplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ octuplum ejusdem peripheriæ excedit octuplum Rectæ d.

DE-

DEMONSTRATIO.

Cum enim Consegmentum CGD sit *per* 57. *hujus* ad segmentum ADB, ut summa Noncuplæ peripheriæ Circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB ad differentiam, quâ ejusdem peripheriæ quadruplum, excedit quadruplum Rectæ d, erit *per* 138. *hujus*, ut subduplum summæ Noncuplæ illius peripheriæ & sextuplæ Diametri CB ad differentiam, quâ quadruplum peripheriæ excedit quadruplum Rectæ d, ita Sectio RC B ad segmentum ADB; Est porro ut subduplum summæ Noncuplæ peripheriæ Circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB ad differentiam quâ quadruplum ejusdem peripheriæ, excedit quadruplum Rectæ d, ita summa Noncuplæ illius peripheriæ & sextuplæ Diametri, ad differentiam, quâ octuplum hujus peripheriæ, excedit octuplum Rectæ d, igitur ut Sectio RCB ad segmentum ADB, ita summa Noncuplæ peripheriæ Circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB ad differentiam, quâ octuplum ejusdem peripheriæ, excedit octuplum Rectæ d.

Q. E. D.

PROPOSITIO CXLV.

Sectio RCB est ad lunulam ADB FA ut summa Noncuplæ peripheriæ circuli QDBG, & sextuplæ diametri CB, ad summam peripheriæ ejusdem circuli, & octupli Rectæ d; ad lunulam ACBGA verò ut illa summa ad summam octupli Rectæ d, & septupli ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Nam cum *per* 62. *hujus* Consegmentum CGD sit ad lunulam ADBFA ut summa peripheriæ Circuli QDBG decies octies, & Diametri CB duodecies multiplæ, ad summam peripheriæ ejusdem Circuli & octupli Rectæ d, sit autem *per* 138. *hujus* sectio RCB subdupla consegmenti CGD, erit ut summa Noncuplæ peripheriæ Circuli QD BG & sextuplæ Diametri CB ad summam peripheriæ ejusdem Circuli & octupli Rectæ d, ita sectio RCB ad lunulam ADBFA. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Præterea, Consegmentum CGD est *per* 77. *hujus* ad lunulam ACBGA ut summa peripheriæ Circuli QDBG decies octies & Dia-

Diametri CB duodecies multiplæ, ad summam octupli Rectæ d, & septupli ejusdem peripheriæ, igitur *per* 138. *hujus* erit sectio RGB ad lunulam ACBGA, ut summa noncuplæ peripheriæ ejusdem circuli & sextuplæ Diametri CB ad summam octupli Rectæ d, & septupli ejusdem peripheriæ. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO CXLVI.

Sectio RCB est ad Curvilineum ADBCA, ut summa Noncuplæ peripheriæ circuli QDBG, & sextuplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ eadem peripheria decies septies multipla excedit octuplum Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Consegmentum CGD enim est *per* 67. *hujus* ad Curvilineum ADCBA, ut summa peripheriæ Circuli QDBG decies octies, & Diametri CB duodecies multiplæ, ad differentiam, quâ hæc peripheria decies septies multipla, excedit octuplum Rectæ d; sed Consegmentum CGD *per* 138 *hujus* est duplum sectionis RCB, Ergo ut sectio RCB ad Curvilineum ADBCA, ita summa noncuplæ

cuplæ peripheriæ Circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB ad differentiam, quâ eadem peripheria decies septies multipla excedit octuplum Rectæ d. Q. E. D.

PROPOSITIO CXLVII.

Sectio RCB est ad Consegmentum AGB, ut summa Noncuplæ peripheriæ circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB, ad summam octupli Rectæ d, & ejusdem peripheriæ decies sexies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Nam Consegmentum CGD *per* 72. *hujus* est ad Consegmentum AGB, ut summa noncuplæ peripheriæ Circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB, ad summam octuplæ hujus peripheriæ & quadruplæ Rectæ d, atque adeo *per* 138. *hujus* ut subduplum illius summæ ad summam octuplæ peripheriæ circuli QDBG, & quadruplæ Rectæ d, ita sectio RCB ad Consegmentum AGB; Est porrò summa noncuplæ ejusdem peripheriæ & sextuplæ Diametri CB, ad summam octupli Rectæ d, & peripheriæ decies sexies multiplæ, ut subduplum summæ

mæ noncupli peripheriæ & sextuplæ Diametri CB, ad summam octuplæ ejusdem peripheriæ & quadruplæ Rectæ d, igitur ut sectio RCB ad Consegmentum AGB, ita summa noncuplæ peripheriæ Circuli QD BG & sextuplæ Diametri CB ad summam octupli Rectæ d, & ejusdem peripheriæ decies sexies multiplæ. Q. E. D.

PROPOSITIO CXLVIII.

Sectio RCB est ad circulum EHBI, ut summa Triplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB ad duplum ejusdem peripheriæ. F. 2. & 3.

DEMONSTRATIO

Est enim *per* 143. *hujus* sectio RCB ad Circulum AFBC (Fig. 1.) ut summa Triplæ peripheriæ circuli QDBG & DuplæDiametri CB ad sextuplum ejusdem peripheriæ, sed circulus AFBC est triplus circuli E HBI, ergo sectio RCB est ad circulum EH BI ut summa Triplæ peripheriæ circuli QD BG & duplæ Diametri CB, ad duplum ejusdem peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO CXLIX.

Sectio RCB est ad segmentum E

DB, ut summa Noncuplæ peripheriæ circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ quadruplum ejusdem peripheriæ, excedit octuplum Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Consegmentum CGD *per* 82. *hujus* sit ad segmentum EDB, ut summa noncuplæ peripheriæ circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ duplum ejusdem peripheriæ excedit quadruplum Rectæ d, erit *per* 138. *hujus* ut subduplum summæ noncupli peripheriæ & sextuplæ Diametri CB ad differentiam, quâ duplum ejusdem peripheriæ excedit quadruplum Rectæ d, ita sectio RCB ad segmentum EDB, atque adeo ut summa noncuplæ peripheriæ, & sextuplæ Diametri CB ad differentiam quâ quadruplum ejusdem peripheriæ excedit octuplum Rectæ d, ita sectio RCB ad segmentum EDB. Q.E.D.

PROPOSITIO CL.

Sectio RCB est ad Consegmentum EGB ut summa Noncuplæ peripheriæ circuli QDBG & sextuplæ Diametri

metri CB, ad summam hujus peripheriæ vigesies multiplæ & octupli Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Consegmentum CGD enim est *per* 87. *hujus* ad Consegmentum EGB, ut summa noncuplæ peripheriæ circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB ad summam decupli hujus peripheriæ & quadrupli Rectæ d, hincque *per* 138. *hujus* ut subduplum summæ noncupli peripheriæ & sextuplæ Diametri ad summam decupli hujus peripheriæ & quadrupli Rectæ d, ita sectio R CB ad Consegmentum EGB; sed ut subduplum summæ noncupli peripheriæ & sextuplæ Diametri, ad summam decupli hujus peripheriæ & quadrupli Rectæ d, ita summa noncuplæ peripheriæ circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB ad summam octupli Rectæ d, & peripheriæ vigesies multiplæ; igitur ut sectio RCB ad Consegmentum EGB, ita summa noncuplæ peripheriæ circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB ad summam octupli Rectæ d, & peripheriæ vicies multiplæ. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO CLI.

Sectio RCB est ad Curvilineum EDBIE, ut summa noncuplæ peripheriæ circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ septuplum ejusdem peripheriæ, excedit octuplum Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Nam Consegmentum CGD *per* 97. *hujus* est ad Curvilineum EDBIE ut summa peripheriæ Circuli QDBG decies octies, & Diametri CB duodecies multiplæ, ad differentiam, quâ septuplum ejusdem peripheriæ excedit octuplum Rectæ d: hincque *per* 138. *hujus* ut summa noncuplæ peripheriæ circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB ad hanc differentiam, ita sectio RCB ad Curvilineum EDBIE. Q. E. D.

PROPOSITIO CLII.

Sectio RCB est ad lunulam EDBHE, ut summa Noncuplæ peripheriæ circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB ad differentiam, quâ octuplum

plum Rectæ d, excedit peripheriam ejusdem circuli, ad lunulam EIBGE verò ut eadem summa ad summam illius peripheriæ decies septies multiplæ & octupli Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Est enim *per 92. hujus* Consegmentum C GD ad lunulam EDBHE ut summa peripheriæ circuli QDBG decies octies, & Diametri CB duodecies multiplæ ad differentiam quâ octuplum Rectæ d, excedit peripheriam ejusdem circuli, erit igitur *per 138. hujus* ut summa noncuplæ peripheriæ circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB, ad differentiam, quâ octuplum Rectæ d, excedit ipsam peripheriam, ita sectio RCB ad lunulam EDBHE. Quod erat primo loco demonstrandum. Similiter cum *per 102. hujus* Consegmentum CGD sit ad lunulam EIBGE ut summa peripheriæ circuli QDB G decies octies & Diametri CB duodecies multiplæ, ad summam illius peripheriæ decies septies multiplæ & octupli Rectæ d, erit etiam *per 138. hujus* ut summa noncuplæ peripheriæ circuli QDBG & sextuplæ Diametri CB, ad summam illius peripheriæ decies septies multiplæ & octupli Rectæ d,

ita

ita sectio RCB ad lunulam EIBGE. Quod erat secundo loco demonstrandum.

PROPOSITIO CLIII.

F. 3. Sectio lunulæ CRDGC sub CG, DB lateribus Quadrati circulo QDB G inscripti, semicirculo CRD & arcu GB comprehensà, est ad circulum CNDR, ut Tripla Diameter CB, ad peripheriam circuli QDBG.

DEMONSTRATIO.

Nam cum hæc sectio lunulæ CRDGC sit ad Circulum CNDR ut Triplum quadratum Radij CR ad Circulum QDBG erit etiam ut Triplum quadrati CDBG, ad duplum ejusdem Circuli seu huic æquale Rectangulum sub eodem Radio & peripheriâ Circuli QDBG, ita hæc sectio ad Circulum CNDR; Est autem illud Triplum quadrati ad hoc Rectangulum, ut Tripla Diameter CB ad peripheriam Circuli QDBG, igitur ut hæc sectio ad Circulum CNDR, ita Tripla Diameter, ad peripheriam ejusdem Circuli. Q. E. D.

PROPOSITIO CLIV.

Eadem Sectio est ad segmentum

CQD

CQD ut sextupla Diameter CB, ad differentiam, quâ peripheria circuli QDBG excedit duplum ejusdem Diametri.

DEMONSTRATIO.

Cum enim hæc sectio sit ad segmentum CQD, ut Triplum illius, quod sub Radio CR comprehenditur quadrati, ad subquadruplum differentiæ, quâ Rectangulum sub hoc Radio & peripheria circuli QDBG excedit quadratum Diametri CB, erit etiam ut Triplum quadrati ejusdem Diametri ad differentiam, quâ Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli excedit quadratum ipsius CB, ita hæc sectio ad segmentum CQD; sed illud Triplum quadrati, est ad hanc differentiam, ut sextupla Diameter CB, ad differentiam, quâ peripheria circuli QDBG, excedit duplum ejusdem Diametri, ergo ut hæc sectio ad segmentum CQD, ita sextupla Diameter, ad differentiam, quâ peripheria circuli QDBG excedit duplum ejusdem Diametri. Q. E. D.

PROPOSITIO CLV.

Eadem Sectio est ad Consegmentum

tum

tum CGB, ut ſextupla Diameter C B, ad ſummam Triplæ peripheriæ circuli QDBG & dupli ejusdem Diametri.

DEMONSTRATIO.

Hæc eadem Sectio enim eſt ad Conſegmentum CGD, ut Triplum quadrati ſub Radio CR contenti, ad ſubquadruplum ſummæ Rectanguli ſub eodem Radio & Tripla peripheria circuli QDBG & illius, quod ſub Diametro CB comprehenditur quadrati; hincque ut Triplum quadrati ſub hac ipſa Diametro contenti, ad ſummam Rectanguli ſub Radio & tripla peripheria ejusdem circuli, & quadrati ſub Diametro CB comprehenſi, ita Sectio, ad Conſegmentum CGD; Eſt porrò Triplum illud quadrati ad hanc ſummam, ut ſextupla Diameter CB, ad ſummam Triplæ peripheriæ Circuli QDBG & dupli ejusdem Diametri, igitur ut Sectio ad Conſegmentum CGD, ita illa ſextupla Diameter ad hanc ſummam. Q. E. D.

PROPOSITIO CLVI.

Eadem Sectio eſt Tripla lunulæ CQDNC, ad lunulam GRDGG verò

rò

rò eam habet Rationem, quam Tripla Diameter CB ad ſummam peripheriæ circuli QDBG & ejusdem Diametri.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim hæc Sectio ad lunulam CQDNC ut triplum quadratum Radij CR ad ipſum ejusdem Radij quadratum; atque adeo eadem Sectio eſt tripla lunulæ CQDNC. Quod erat primo loco demonſtrandum.

Præterea, hæc ipſa Sectio eſt ad lunulam CRDGC ut triplum quadrati Radij CR, ad ſubduplum ſummæ Rectanguli ſub Radio & peripheria circuli QDBG & quadrati CDBG, igitur ut Triplum quadrati CD GB ad ſummam Rectanguli ſub Radio & peripheria ejusdem Circuli & quadrati CD BG, ita hæc eadem Sectio ad lunulam CR DGC; Eſt autem illud Triplum quadrati ad hanc ſummam, ut Tripla Diameter CB, ad ſummam peripheriæ Circuli QDBG & ejusdem Diametri: Igitur ut Tripla Diameter ad hanc ſummam, ita Sectio ad lunulam C RDGC. Quod erat ſecundo loco demonſtrandum.

PRO-

PROPOSITIO CLVII.

Eadem Sectio est ad Curvilineum CQDRC, ut Tripla Diameter CB, ad differentiam, quâ peripheria circuli QDBG excedit eandem Diametrum.

DEMONSTRATIO.

Nam hæc Sectio est ad Curvilineum CQDRC, ut triplum quadrati sub Radio CR comprehensi ad subduplum Differentiæ, quâ Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG, superat quadratum CDGB, igitur ut Triplum hujus quadrati ad differentiam, quâ Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli excedit quadratum CDGB, ita hæc Sectio ad Curvilineum CQDRC; sed ut triplum quadrati CDGB, ad differentiam, quâ Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG excedit ipsum quadratum CDGB ita Tripla Diameter, CB ad differentiam, quâ peripheria circuli QDBG superat eandem Diametrum, ergo ut hæc Sectio ad Curvilineum CQDRC, ita est tripla illa Diameter ad hanc summam. Q.E.D.

PRO-

PROPOSITIO CLVIII.

Eadem Sectio est ad Mixtilineum sub semicirculo CRD & Rectis CG, GB, DB comprehensum, ut sextuplū Diametri CB, ad differentiam, quâ octuplum ejusdem Diametri excedit peripheriam circuli QDBG.

DEMONSTRATIO.

Nam hæc ipsa Sectio est ad Mixtilineum ut Triplum illius, quod sub Radio RB comprehenditur quadrati, ad subquadruplum differentiæ, quâ quadruplum quadrati sub Diametro CB comprehensi, excedit Rectangulum sub Radio & peripheria circuli QDBG, hincque ut Triplum quadrati sub Diametro CB comprehensi, ad differentiam, quâ quadruplum hujus quadrati excedit Rectangulum sub Radio & peripheria ejusdem circuli, ita hæc Sectio ad Mixtilineum. Est porrò ut Triplum illud quadrati ad hanc differentiam, ita sextuplum Diametri CB, ad differentiam, quâ octuplum ejusdem Diametri excedit peripheriam circuli QDBG, igitur ut illud sextuplum ad hanc differentiam, ita hæc Sectio ad Mixtilineum. Q.E.D.

PROPOSITIO CLIX.

Eadem Sectio est ad Sectionem sub Radio RB & arcubus DR, DB comprehensam, ut Diameter CB duodecies multipla, ad summam peripheriæ circuli QDBG, & dupli ejusdem Diametri.

DEMONSTRATIO.

Cum enim hæc eadem Sectio sit ad Sectionem lunulæ CRDGC sub Radio RB, & arcubus DR, DB comprehensam ut Triplum quadrati sub eodem Radio contenti, ad suboctuplum summæ Rectanguli sub hoc ipso Radio & peripheria Circuli QDBG & illius, quod sub Diametro CB comprehenditur quadrati, erit etiam ut sextuplum quadrati sub eâdem Diametro comprehensi, ad summam Rectanguli sub Radio BR & peripheria Circuli QDBG, & quadratæ Diametri CB, ita illa Sectio ad hanc; sed sextuplum quadrati sub eadem Diametro comprehensi est ad summam Rectanguli sub Radio RB & peripheria Circuli QDBG, & quadratæ Diametri CB, ut hæc ipsa Diameter duodecies multipla, ad summam peripheriæ circuli QDBG & dupli

plæ ejusdem Diametri, ergo ut Diameter CB duodecies multipla ad summam peripheriæ Circuli QDBG & duplæ ejusdem Diametri; ita illa sectio ad hanc. Q. E. D.

PROPOSITIO CLX.

Eadem Sectio est ad Sectionem R CB, ut Diameter CB duodecies multipla ad summam Triplæ peripheriæ circuli QDBG, & dupli ejusdem Diametri.

DEMONSTRATIO.

Est enim *per* 155. *hujus* Consegmentum CGD ad hanc sectionem ut summa triplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB ad sextuplum ejusdem Diametri, igitur ut subduplum Consegmenti CGD ad eandem sectionem, ita subduplum summæ triplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Diametri CB, ad sextuplum ejusdem Diametri; Est autem illud subduplum ad hoc sextuplum ut summa Triplæ peripheriæ & duplæ Diametri, ad hanc ipsam Diametrum duodecies multiplam, igitur ut illa summa ad duodecies multiplum Diametri CB, ita Sectio RCB ad sectionem sub Rectis CG,

 DB,

DB, ſemicirculo CRD & arcu GB contentam, atque adeo ut Diameter CB duodecies multipla ad ſummam triplæ peripheriæ circuli QDBG & dupli ejusdem Diametri, ita hæc ſectio ad illam. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXI.

F. 1. & 3. Eadem Sectio eſt ad circulum AF BC, ut ſextuplum Diametri CB, ad Triplum peripheriæ circuli QDBG.

DEMONSTRATIO.

Nam hæc eadem Sectio eſt ad Circulum AFBC, ut triplum quadrati ſub Radio CR comprehenſi ad ſubquadruplum Rectanguli ſub eodem Radio & triplâ peripheriâ Circuli QDBG, hincque ut triplum illius, quod ſub Diametro CB comprehenditur quadrati, ad Rectangulum ſub CR & Tripla peripheria ejusdem circuli, ita hæc ſectio ad Circulum AFBC; eſt autem triplum illud quadrati ad hoc Rectangulum, ut ſextupla Diameter CB ad triplum peripheriæ Circuli QDBG, igitur ut hæc ſectio ad circulum AFBC ita ſextuplum Diametri CB, ad triplum peripheriæ ejusdem circuli. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO CLXII.

Eadem Sectio est ad Segmentum ADB, ut noncuplum Radij CR, ad differentiam, quâ peripheria circuli QDBG excedit Rectam d.

DEMONSTRATIO.

Hæc enim Sectio est ad Segmentum ADB ut Triplum illius quod sub CR continetur quadrati ad subtriplum differentiæ, quâ Rectangulum sub CR & peripheria circuli QDBG excedit Hexagonum eidem circulo inscriptum, quare etiam ut noncuplum quadrati sub Radio CR comprehensi, ad differentiam, quâ Rectangulum sub CR & peripheria circuli QDBG excedit Hexagonum inscriptum, ita hæc sectio, ad segmentum ADB; sed illud noncuplum ad hanc differentiam est ut noncuplum Radij CR ad differentiam, quâ peripheria circuli QDBG excedit Rectam d, ergo ut hæc sectio ad segmentum ADB, ita illud noncuplum ad hanc differentiam. Q.E.D.

PROPOSITIO CLXIII.

Eadem Sectio est ad lunulam AD

BFA ut Diameter CB trigesies sexies multipla ad summam peripheriæ Circuli QDBG & octupli Rectæ d, ad lunulam ACBGA verò ut idem multiplum Diametri, ad summam hujus octupli & septuplæ peripheriæ ejusdem circuli.

DEMONSTRATIO.

Est enim *per* 63. *hujus* lunula ADBFA ad lunulam CQDNC ut summa peripheriæ circuli QDBG & octupli Rectæ d, ad Diametrum CB duodecies multiplam, igitur ut sum̃a peripheriæ ejusdem circuli & octupli Rectæ d, ad Diametrum CB trigesies sexies multiplam, ita lunula ADBFA ad triplum lunulæ CQDNC; Est porrò *per* 156. *hujus* hæc sectio tripla lunulæ CQDNC, igitur ut summa peripheriæ circuli QDBG & octupli Rectæ d, ad Diametrum CB trigesies sexies multiplam, ita lunula ADBFA, ad hanc sectionem. Quod erat primo loco demonstrandum.

Præterea cum lunula CQDNC *per* 78. *hujus* sit ad lunulam ACBGA ut Diameter CB duodecies multipla, ad summam septuplæ peripheriæ circuli QDBG & octupli

Re-

Rectæ d, erit etiam ut Diameter CB trigesies sexies multipla ad hanc summam ita triplum lunulæ CQDNC ad lunulam ACBGA, atque adeo *per* 156. *hujus* ut hæc sectio ad lunulam ACBGA, ita Diameter CB trigesies sexies multipla, ad summam octupli Rectæ d, & septuplæ peripheriæ circuli QDBG. Quod erat secundo loco demonstrandum.

PROPOSITIO CLXIV.

Eadem Sectio est ad Curvilineum ADBCA, ut Diameter CB Trigesies sexies multipla ad differentiam, quâ peripheria circuli QDBG decies septies multipla excedit octuplum Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Nam lunula CQDNC est *per* 68. *hujus* ad Curvilineum ADBCA, ut Diameter CB duodecies multipla ad differentiam, quâ peripheria circuli QDBG decies septies multipla excedit octuplum Rectæ d., igitur ut eadem Diameter trigesies sexies multipla, ad hanc Differentiam ita Triplum lunulæ CQDNC seu *per* 156. *hujus* illi triplo æqua-

 lis

lis Sectio lunulæ CRDGC sub semicirculo CRD, Rectis CG, DB & arcu BG comprehensa, ad Curvilineum ADBCA. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXV.

Eadem Sectio est ad Consegmentum AGB, ut noncuplum Radij CR ad summam Rectæ d, & duplæ peripheriæ circuli QDBG.

DEMONSTRATIO.

Est enim lunula CQDNC *per* 73. *hujus* ad Consegmentum AGB ut triplum Radij CR ad summam Rectæ d, & duplæ peripheriæ circuli QDBG, atque adeo ut triplum lunulæ CQDNC ad Consegmentum AGB ita noncuplum Radij CR ad summam Rectæ d, & duplæ peripheriæ QDBG igitur *per* 156. *hujus*, ut hæc sectio ad Consegmentum AGB, ita noncuplum Radij, ad summam Rectæ d, & duplæ peripheriæ ejusdem circuli. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXVI.

F. 2. & 3. Eadem Sectio est ad circulum EHBI, ut sextuplum Diametri CB ad peripheriam circuli QDBG.

DE-

DEMONSTRATIO.

Hæc enim ſectio eſt *per* 161. *hujus* ad Circulum AFBC (F. 1.) ut ſextuplum Diametri CB ad triplum peripheriæ Circuli QDB G, ergo ut hæc ipſa ſectio ad ſubtriplum Circuli AFBC, ita ſextuplum Diametri ad peripheriam Circuli QDBG; eſt autem Circulus EHBI ſubtriplus Circuli AFBC, igitur ut hæc ſectio ad Circulum EHBI, ita ſextuplum Diametri CB ad peripheriam Circuli QDBG. Q.E.D.

PROPOSITIO CLXVII.

Eadem Sectio eſt ad Segmentum EDB, ut noncuplum Diametri CB, ad differentiam, quâ peripheria circuli QDBG, excedit duplum Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Nam lunula CQDNC *per* 83. *hujus* eſt ad Segmentum EDB, ut tripla Diameter CB ad Differentiam, quâ peripheria Circuli Q DBG excedit duplum Rectæ d, igitur ut noncuplum Diametri CB, ad Differentiam, quâ peripheria Circuli QDBG excedit duplum Rectæ d, ita Triplum lunulæ CQDN

C ad Segmentum EDB; sed *per* 165. *hujus* hæc sectio æquatur triplæ lunulæ CQDNC, ergo ut hæc sectio ad segmentum EDB, ita noncuplum Diametri CB, ad Differentiam, quâ peripheria Circuli QDBG excedit duplum Rectæ d. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXVIII.

Eadem Sectio est ad Consegmentum EGB, ut noncuplum Diametri CB, ad summam quintuplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Cum enim *per* 88 *hujus* lunula CQDNC sit ad Consegmentum EGB ut tripla Diameter CB ad summam quintuplæ peripheriæ circuli QDBG, & duplæ Rectæ d, erit triplum ejusdem lunulæ ad Consegmentum EGB ut noncuplum Diametri CB ad eandem summam, atque adeo *per* 165. *hujus* ut hæc Sectio ad Consegmentum EGB, ita noncuplum Diametri CB ad summam quintuplæ peripheriæ circuli QDBG & duplæ Rectæ d. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO CLXIX.

Eadem Sectio est ad lunulam ED BHE, ut Diameter CB trigesies sexies multipla, ad differentiam, quâ octuplum Rectæ d, superat peripheriam circuli QDBG; ad lunulam EI BGE verò, ut idem multiplum Diametri CB, ad summam ejusdem peripheriæ decies septies multiplæ & octupli Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Est enim *per* 93. *bujus* lunula CQDNC ad lunulam EDBHE, ut Diameter CB duodecies multipla, ad differentiam, quâ octuplum Rectæ d, excedit peripheriam Circuli QDBG, atque adeo *per* 165. *bujus* ut Diameter CB trigesies sexies multipla ad hanc differentiam, ita hæc sectio ad lunulam E DBHE. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Præterea, lunula CQDNC est *per* 103. *bujus* ad lunulam EIBGE, ut Diameter CB duodecies multipla ad summam peripheriæ Circuli QDBG decies septies multiplæ & octuplæ Rectæ d; quare *per* 156. *bujus* ut

ut hæc sectio ad lunulam EIGBE, ita Diameter CB trigesies sexies multipla ad summam peripheriæ circuli QDBG decies septies multiplæ & octupli Rectæ d. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO CLXX.

Eadem Sectio est ad Curvilineum EDBIE, ut Diameter CB trigesies sexies multipla, ad differentiam, quâ septuplum peripheriæ circuli QDBG, excedit octuplum Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Nam cum *per 98. hujus* lunula CQDNC sit ad Curvilineum EDBIE ut Diameter CB duodecies multipla ad differentiam, quâ septuplum peripheriæ circuli QDBG excedit octuplum Rectæ d, erit *per 156. ejusd.* ut Diameter CB trigesies sexies multipla ad differentiam, quâ septuplum peripheriæ circuli QDBG excedit octuplum Rectæ d, ita hæc Sectio ad Curvilineum EDBIE. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXXI.

F. 1. Sectio AEL lunulæ ACBGA est ad circu-

circulum ADBG, ut ſumma periphe-riæ hujus circuli & duplæ Rectæ d, ad eandem peripheriam vigeſies quater multiplam.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Sectio AEL ſit ad Circulum ADBG, ut vigeſies quater ſubmultiplum ſummæ Rectanguli ſub Radio EQ & peripheria ejusdem circuli, & dupli Hexagoni huic ipſi circulo inſcripti, ad Rectangulum ſub EQ & peripheria circuli ADBG, erit etiam ut ſumma hujus Rectanguli & dupli Hexagoni inſcripti, ad Rectangulum ſub EQ & peripheria ejusdem circuli vigeſies quater multipla, ita Sectio AEL ad circulum ADBG; eſt autem illa ſumma ad hoc Rectangulum ut ſumma peripheriæ ejusdem circuli & duplæ Rectæ d, ad eandem peripheriam vigeſies quater multiplam, igitur ut Sectio AEL ad circulum ADBG, ita ſumma peripheriæ circuli AD BG, & duplæ Rectæ d, ad eandem peripheriam vigeſies quater multiplam. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXXII.

Sectio AEL eſt ad circulum AFB C, ut

C, ut ſumma peripheriæ circuli AD BG & duplæ Rectæ d, ad eandem peripheriam decies octies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim Sectio AEL ad circulum AFB C, ut ſubſextuplum ſummæ Rectanguli ſub Radio EQ & peripheria circuli ADBG & dupli Hexagoni eidem circulo inſcripti, ad Rectangulum ſub eodem Radio & triplâ hâc peripheriâ, igitur ut ſumma Rectanguli ſub EQ & peripheria ejusdem circuli & dupli Hexagoni inſcripti, ad Rectangulum ſub noncupla Diametro EB, & hac ipſa peripheria, ita Sectio AEL ad circulum AFBC; eſt porro illa ſumma ad hoc Rectangulum, ut ſumma peripheriæ circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad eandem peripheriam decies octies multiplam, igitur ut Sectio AEL ad circulum AFBC, ita ſumma peripheriæ circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad eandem peripheriam decies octies multiplam. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXXIII.

Sectio AEL eſt ad Segmentum A

DB

DB ut summa peripheriæ circuli AD BG & duplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ octuplum ejusdem peripheriæ, excedit octuplum Rectæ d.

DEMONSTRATIO.

Nam Sectio AEL est ad segmentum A DB, ut suboctuplum summæ Rectanguli sub Radio EQ & peripheriâ circuli ADBG, & dupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad differentiam, quâ Rectangulum sub hoc Radio & eadem peripheria, excedit Hexagonum inscriptum, atque adeo ut summa hujus Rectanguli & dupli Hexagoni inscripti ad differentiam, quâ Rectangulum sub quadrupla Diametro EB & peripheria circuli ADBG superat octuplum ejusdem Hexagoni, ita Sectio AEL ad Segmentum ADB; sed ut illa summa ad hanc differentiam, ita est summa peripheriæ circuli A DBG & duplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ octuplum ejusdem peripheriæ excedit octuplum Rectæ d, ergo ut sectio AEL ad Segmentum ADB, ita illa summa ad hanc differentiam. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXXIV.

Sectio AEL est ad lunulam ADB

FA

FA ut ſumma peripheriæ circuli AD BG & duplæ Rectæ d, ad ſummam ejusdem peripheriæ & octupli Rectæ d; ad lunulam ACBGA verò ut illa ſumma, ad ſummam ſeptupli hujus peripheriæ & octupli ejusdem Rectæ.

DEMONSTRATIO.

Sectio AEL enim eſt ad lunulam ADBFA ut ſumma Rectanguli ſub Radio EQ & peripheria circuli ADBG & dupli Hexagoni eidem circulo inſcripti, ad ſummam hujus Rectanguli & octupli ejusdem Hexagoni; ſunt autem hæ ſummæ, ut ſumma peripheriæ circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad ſummam ejusdem peripheriæ & octupli hujus Rectæ; igitur ut hæ ſummæ, ita Sectio AEL ad lunulam ADBFA. Quod erat primo loco Demonſtrandum.

Prætereà, cum ſectio AEL ſit ad lunulam ACBGA ut ſumma Rectanguli ſub Radio EQ, & peripheria circuli ADBG & dupli Hexagoni eidem circulo inſcripti, ad Rectangulum ſub hoc ipſo Radio & ſeptupla peripheria ejusdem circuli, & octupli Hexagoni inſcripti, hæ porrò ſummæ ſint ut ſumma peripheriæ Circuli ADBG & duplæ

duplæ Rectæ d, ad summam septuplæ hujus peripheriæ & octupli ejusdem Rectæ, erit Sectio AEL ad lunulam ACBGA ut summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad summam septupli hujus peripheriæ & octupli ejusdem Rectæ. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO CLXXV.

Sectio AEL est ad Curvilineum ADBCA, ut summa peripheriæ circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ hæc ipsa peripheria decies septies multipla superat octuplum ejusdem Rectæ.

DEMONSTRATIO.

Est enim Sectio AEL ad Curvilineum ADBCA ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG & dupli Hexagoni Æquilateri eidem circulo inscripti ad differentiam, quâ Rectangulum sub EQ & peripheriâ, ejusdem Circuli decies septies multiplâ, excedit octuplum Hexagoni inscripti; sed illa summa ad hanc differentiam est ut summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad differen-

tiam, quâ hæc ipsa peripheria decies septies multipla superat octuplum ejusdem Rectæ, ergo ut sectio AEL ad Curvilineum ADBCA, ita illa summa ad hanc differentiam. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXXVI.

Sectio AEL est ad Consegmentum AGB, ut summa peripheriæ circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad summam hujus peripheriæ decies sexies multiplæ & octupli ejusdem Rectæ.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Sectio AEL sit ad Consegmentum AGB ut suboctuplum summæ Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG & dupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad summam Rectanguli sub Diametro EB, & hâc ipsa peripheria, & octupli ejusdem Hexagoni, erit etiam ut summa Rectanguli sub EQ, & peripheriâ Circuli ADBG & dupli Hexagoni inscripti, ad summam Rectanguli sub octupla Diametro EB & peripheria ejusdem Circuli, & octupli Hexagoni, ita Sectio AEL

ad

ad Consegmentum AGB; sunt porrò hæ summæ ut summa peripheriæ Circuli ADB G & duplæ Rectæ d, ad summam hujus peripheriæ decies sexies multiplæ & octupli ejusdem Rectæ, igitur ut Sectio AEL ad Consegmentum AGB, ita illa summa ad hanc. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXXVII.

Sectio AEL est ad Circulum EH BI ut summa peripheriæ Circuli AD BG & duplæ Rectæ d, ad sextuplum ejusdem peripheriæ. F. 1. & 2.

DEMONSTRATIO.

Circulus EHBI est subtriplus Circuli A FBC, sed sectio AEL *per* 172. *hujus* est ad Circulum AFBC ut summa peripheriæ circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad eandem peripheriam decies octies multiplam, ergo Sectio AEL est ad circulum EHBI ut summa peripheriæ circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad sextuplum, ejusdem peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXXVIII.

Sectio AEL est ad Segmentum E

DB, ut ſumma peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ quadruplum hujus peripheriæ, excedit octuplum ejusdem Rectæ.

DEMONSTRATIO.

Nam Sectio AEL eſt ad Segmentum EDB ut ſubquadruplum ſummæ Rectanguli ſub Radio EQ & peripheria circuli ADBG & dupli Hexagoni eidem circulo inſcripti, ad differentiam, quâ idem Rectangulum excedit hoc ipſum duplum Hexagoni, igitur ut ſumma hujus Rectanguli & dupli Hexagoni inſcripti, ad differentiam, quâ Rectangulum ſub dupla Diametro circuli ADBG & peripheria ejusdem circuli, excedit octuplum Hexagoni inſcripti, ita Sectio AEL ad Segmentum EDB; eſt porrò illa ſumma, ad hanc differentiam ut ſumma peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ quadruplum hujus peripheriæ, excedit octuplum ejusdem Rectæ, igitur ut Sectio AEL ad Segmentum EDB, ita illa ſumma ad hanc differentiam. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO CLXXIX.

Sectio AEL est ad Consegmentum EGB, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad summam hujus peripheriæ vigesies multiplæ, & octupli ejusdem Rectæ.

DEMONSTRATIO.

Est enim Sectio AEL ad Consegmentum EGB ut subquadruplum summæ Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, & dupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad summam Rectanguli sub EQ & quintupla peripheria, & dupli ejusdem Hexagoni, hincque ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG & dupli Hexagoni inscripti, ad summam Rectanguli sub decupla Diametro & peripheria ejusdem Circuli & dupli Hexagoni, ita sectio AEL, ad Consegmentum EGB; Est autem ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG & dupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad summam ejusdem dupli & Rectanguli sub decupla Diametro & peripheria Circuli ADBG, ita summa peripheriæ hujus Circu-

li & duplæ Rectæ d, ad summam illius peripheriæ vicies multiplæ & octupli ejusdem Rectæ, igitur ut Sectio AEL ad Consegmentum EGB, ita illa summa ad hanc. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXXX.

Sectio AEL est ad lunulam EDBHE, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ octuplum hujus Rectæ excedit eandem peripheriam, ad lunulam EIBGE verò ut eadem summa, ad summam octupli Rectæ d, & peripheriæ ejusdem Circuli decies septies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Sectio AEL enim est ad lunulam EDBHE, ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG & dupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad differentiam, quâ octuplum Hexagoni excedit idem Rectangulum, sed illa summa est ad hanc differentiam ut summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ octuplum hujus Rectæ, excedit

cedit eandem peripheriam, ergo ut Sectio AEL ad lunulam EDBHE, ita illa summa ad hanc differentiam. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Prætereà, Sectio AEL est ad lunulam EIBGE, ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG & dupli Hexagoni inscripti, ad summam Rectanguli sub hoc ipso Radio & peripheria ejusdem circuli, & octupli Hexagoni; sunt porrò hæ summæ, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad summam octupli hujus Rectæ & peripheriæ ejusdem circuli decies septies multiplæ, igitur ut Sectio AEL ad lunulam EIBGE, ita illa summa ad hanc. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO CLXXXI.

Sectio AEL est ad Curvilineum EDBIE, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ septuplum hujus peripheriæ, excedit octuplum ejusdem Rectæ.

DEMONSTRATIO.

Nam Sectio AEL est ad Curvilineum EDBIE,

DBIE, ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheriâ Circuli ADBG & dupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad differentiam, quâ Rectangulum sub eodem Radio EQ & septupla peripheria, excedit octuplum Hexagoni inscripti, sed illa summa ad hanc differentiam est ut summa peripheriæ Circuli ADBG, & duplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ septuplum hujus peripheriæ excedit octuplum ejusdem Rectæ, igitur ut Sectio AEL ad Curvilineum EDBIE, ita illa summa, ad hanc differentiam. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXXXII.

F. 1. & 3. Sectio AEL est ad circulum CNDR ut summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad eandem peripheriam duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Circulus EHBI (F. 2.) est subduplus Circuli CNDR; est autem *per* 177. *hujus* Sectio AEL ad Circulum EHBI, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad sextuplum ejusdem peripheriæ, igitur ut eadem summa, ad peripheriam ejusdem

dem Circuli duodecies multiplam, ita Sectio AEL ad Circulum CNDR. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXXXIII.

Sectio AEL est ad segmentum CQD, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ sextuplum ejusdem peripheriæ excedit Diametrum EB duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Sectio AEL sit ad Segmentum CQD ut subsextuplum summæ Rectanguli sub Radio EQ & peripheriâ Circuli ADBG & dupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad differentiam, quâ idem Rectangulum superat illud, quod sub Diametro EB comprehenditur quadratum, erit etiam ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheriâ Circuli ADBG & dupli Hexagoni inscripti, ad differentiam, quâ Rectangulum sub Tripla Diametro EB & eadem peripheria, superat sextuplum illius quod sub ipsa EB continetur quadrati, ita Sectio AEL ad segmentum CQD; Est porrò ut illa summa, ad hanc differentiam;

ita

ita summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ sextuplum ejusdem peripheriæ excedit Diametrum EB duodecies multiplam, igitur ut Sectio AEL ad Segmentum CQD, ita illa summa ad hanc differentiam. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXXXIV.

Sectio AEL est ad Consegmentum CGD, ut summa peripheriæ circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad summam ejusdem peripheriæ decies octies, & Diametri EB duodecies multiplæ.

DEMONSTRATIO.

Est enim Sectio AEL ad Consegmentum CGD, ut subsextuplum summæ Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG & dupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad summam Rectanguli sub triplo ejusdem Radij & hâc ipsa peripheria, & illius quod sub Diametro EB comprehenditur quadrati, ergo ut summa Rectanguli sub EQ & peripheria Circuli ADBG & dupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad summam Rectanguli sub noncupla Diametro

metro EB & hâc ipsa peripheria, & sexempli quadrati sub Diametro comprehensi, ita Sectio AEL ad Consegmentum CGD; sed hæ summæ sunt, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad summam ejusdem peripheriæ decies octies & Diametri EB duodecies multiplæ, ergo ut Sectio AEL ad Consegmentum CGD, ita summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad summam ejusdem peripheriæ decies octies, & Diametri EB duodecies multiplæ. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXXXV.

Sectio AEL est ad lunulam CQD NC ut summa peripheriæ circuli A DBG & duplæ Rectæ d, ad Diametrum EB duodecies multiplam; ad lunulam CRDGC verò ut eadem summa, ad summam hujus peripheriæ & ejusdem Diametri duodecies multiplarum.

DEMONSTRATIO.

Nam Sectio AEL est ad lunulam CQD NC ut vigesies quater submultiplum summæ Rectanguli sub Radio EQ & periphe-

ria

ria Circuli ADBG, & dupli Hexagoni eidem Circulo inſcripti, ad Triangulum CB D, atque adeo ut ſumma Rectanguli ſub EQ & peripheriâ Circuli ADBG & dupli Hexagoni inſcripti, ad ſextuplum quadrati Diametri EB, ita Sectio AEL ad lunulam CQDNC; Eſt porrò illa ſumma ad hoc ſextuplum, ut ſumma peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad Diametrum EB duodecies multiplam, igitur ut Sectio AEL ad lunulam CQDNC, ita illa ſumma, ad Diametrum EB duodecies multiplam. Quod erat primo loco Demonſtrandum.

Præthereà, Sectio AEL eſt ad lunulam C RDGC, ut duodecies ſubmultiplum ſummæ Rectanguli ſub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG & dupli Hexagoni eidem Circulo inſcripti, ad ſummam ejusdem Rectanguli & quadrati CDGB: Ergo etiam ut ſumma Rectanguli ſub EQ & peripheria ejusdem Circuli, & ſextupli illius, quod ſub Diametro EB comprenditur quadrati, ita Sectio AEL ad lunulam CRDGC; ſunt autem hæ ſummæ, ut ſumma peripheriæ Circuli ADBG, & duplæ Rectæ d, ad ſummam hujus peripheriæ, & ejusdem Diametri duodecies multiplarum, igitur ut illa

la ſumma ad hanc, ita Sectio AEL ad lunulam CRDGC. Quod erat ſecundo loco Demonſtrandum.

PROPOSITIO CLXXXVI.

Sectio AEL eſt ad Curvilineum CQDRC, ut ſumma peripheriæ circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ eadem peripheria duodecies, excedit Diametrum EB etiam duodecies multiplam.

DEMONSTRATIO

Sectio AEL enim eſt ad Curvilineum CQDRC, ut duodecies ſubmultiplum ſummæ Rectanguli ſub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, & dupli Hexagoni eidem Circulo inſcripti, ad differentiam, quâ idem Rectangulum excedit quadratum CDGB; atque adeo ut ſumma Rectanguli ſub EQ Radio, & peripheria Circuli ADBG, & dupli Hexagoni, ad differentiam, quâ Rectangulum ſub ſextuplâ Diametro & eadem peripheria, excedit ſextuplum illius, quod ſub ipſa Diametro continetur quadrati, ita ſectio AEL ad Curvilineum CQDRC; ſed illa ſumma ad hanc differentiam

tiam est ut summa peripheriæ Circuli AD BG & duplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ eadem peripheria duodecies, excedit Diametrum EB etiam duodecies multiplam, ergo ut Sectio AEL ad Curvilineum CQD RC, ita illa summa ad hanc differentiam. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXXXVII.

Sectio AEL est ad Mixtilineum sub semicirculo CRD, & Rectis CG, GB, BD comprehensum ut summa peripheriæ circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ Diameter EB quadragesies octies multipla excedit eandem peripheriam.

DEMONSTRATIO.

Est enim Sectio AEL ad hoc Mixtilineum æquale excessui quo quadratum CDGB superat semicirculum CRD, ut subsextuplum summæ Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, & dupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad differentiam, quâ quadruplum illius, quod sub Diametro EB continetur, quadrati, excedit Rectangulum sub Radio EQ & peripheria

Cir-

Circuli ADBG, hincque ut ſumma hujus Rectanguli & dupli Hexagoni inſcripti, ad differentiam, quâ quadratum Diametri EB vigeſies quater multiplum, excedit idem Rectangulum, ita Sectio AEL ad hoc Mixtilineum; Eſt autem illa ſumma ad hanc differentiam, ut ſumma peripheriæ Circuli ADBG, & duplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ Diameter EB quadrageſies octies multipla, excedit eandem peripheriam, igitur ut Sectio AEL ad hoc Mixtilineum, ita illa ſumma ad hanc differentiam. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXXXVIII.

Sectio AEL eſt ad Sectionem lunulæ CRDGC ſub Radio RB & arcubus DR, DB comprehenſam, ut ſumma peripheriæ circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad ſummam triplæ ejusdem peripheriæ, & ſextuplæ Diametri EB.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Sectio AEL ſit ad Sectionem RDB ut ſubtriplum ſummæ Rectanguli ſub EQ & peripheria Circuli ADBG & dupli Hexagoni eidem Circulo inſcripti, ad ſum-

mam

mam ejusdem Rectanguli, & illius, quod ſub Diametro EB comprehenditur quadrati, erit etiam, ut ſumma Rectanguli ſub EQ & hac ipſa peripheria & dupli Hexagoni inſcripti, ad ſummam Rectanguli ſub EQ & tripla peripheria Circuli ADBG & tripli quadrati ſub Diametro EB comprehenſi, ita Sectio AEL ad Sectionem RDB; Eſt porrò ut illa ſumma ad hanc, ita ſumma peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad ſummam triplæ ejusdem peripheriæ & ſextuplæ Diametri EB, igitur ut Sectio AEL ad Sectionem RDB, ita illa ſumma ad hanc. Q. E. D.

PROPOSITIO CLXXXIX.

Sectio AEL eſt ad Sectionem lunulæ CRDGC ſub Radio RB, ſemicirculo CGB & arcu CR comprehenſam, ut ſumma peripheriæ circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad ſummam noncupli ejusdem peripheriæ & ſextuplæ Diametri EB.

DEMONSTRATIO.

Nam Sectio RCB *per* 138. *hujus* eſt ſubdupla Conſegmenti CGD; ſed Sectio AEL

per

per 184. *ejusd.* est ad Consegmentum CGD ut summa peripheriæ Circuli ADBG, & duplæ Rectæ d, ad summam ejusdem peripheriæ decies octies, & Diametri EB duodecies multiplæ, ergo ut Sectio AEL ad Sectionem RCB, ita summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad summam noncupli ejusdem peripheriæ & sextuplæ Diametri EB. Q. E. D.

PROPOSITIO CXC.

Sectio AEL est ad Sectionem lunulæ CRDGC sub semicirculo CR D, Rectis CG, DB & arcu GB comprehensam, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad Diametrum EB trigesies sexies multiplam.

DEMONSTRATIO.

Lunula CQDNC enim *per* 156. *hujus* est subtripla Sectionis lunulæ CRDGC sub semicirculo CRD, Rectis CG, DB & arcu GB comprehensæ; Est autem *per* 185. *ejusd.* Sectio AEL ad lunulam CQDNC ut summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad Diametrum EB duodecies multiplam, igitur ut Sectio AEL, ad hanc Sectionem lu-

nulæ CRDGC, ita summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad Diametrum EB trigesies sexies multiplam. Q. E. D.

PROPOSITIO CXCI.

F. 1. Sectio BEL est ad circulum ADBG, ut summa peripheriæ hujus circuli & Rectæ d, ad quadruplum ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Est enim Sectio BEL ad Circulum ADBG ut subquadruplum summæ Rectanguli sub Radio & peripheria ejusdem Circuli, & Hexagoni illi Circulo inscripti, ad Rectangulum sub hoc ipso Radio & eadem peripheria, atque adeo ut summa hujus Rectanguli, & Hexagoni inscripti ad Rectangulum sub dupla Diametro EB & hac ipsa peripheria, ita Sectio BEL ad Circulum ADBG; sed illa summa est ad hoc Rectangulum, ut summa peripheriæ hujus Circuli & Rectæ d, ad quadruplum ejusdem peripheriæ, ergo ut Sectio AEL ad Circulum ADBG, ita summa peripheriæ hujus circuli & Rectæ d, ad quadruplum ejusdem peripheriæ. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO CXCII.

Sectio BEL est ad circulum AFBC, ut summa peripheriæ circuli ADBG & Rectæ d, ad triplum ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Circulus ADBG enim est ad Circulum AFBC, ut 4. ad 3; est autem *per præced.* Sectio BEL ad Circulum ADBG ut summa peripheriæ hujus Circuli & Rectæ d, ad quadruplum ejusdem peripheriæ, igitur ut Sectio BEL ad Circulum AFBC ita summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad triplum ejusdem peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO CXCIII.

Sectio BEL est ad Segmentum ADB, ut summa triplæ peripheriæ circuli ADBG & triplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ quadruplum hujus peripheriæ excedit quadruplum ejusdem Rectæ.

DEMONSTRATIO.

Nam Sectio BEL est ad segmentum ADB, ut subquadruplum summæ Rectanguli

ſub Radio EQ, & peripheria Circuli ADB G, & Hexagoni eidem Circulo inſcripti, ad ſubtriplum differentiæ, quâ idem Rectangulum excedit hoc ipſum Hexagonum, hincque ut ſumma Rectanguli ſub EQ, & tripla peripheria Circuli ADBG, & tripli Hexagoni inſcripti, ad differentiam, quâ Rectangulum ſub dupla Diametro EB, & peripheria ejusdem Circuli excedit quadruplum Hexagoni inſcripti, ita Sectio BE L ad Segmentum ADB, eſt porrò illa ſumma ad hanc differentiam, ut ſumma triplæ peripheriæ Circuli ADBG, & triplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ quadruplum hujus peripheriæ excedit quadruplum ejusdem Rectæ; Igitur ut Sectio BEL ad Segmentum ADB, ita illa ſumma ad hanc differentiam. Q. E. D.

PROPOSITIO CXCIV.

Sectio BEL eſt ad lunulam ADB FA, ut ſumma ſextuplæ peripheriæ Circuli ADBG, & ſextuplæ Rectæ d, ad ſummam hujus peripheriæ, & octupli ejusdem Rectæ, ad lunulam ACBGA verò, ut eadem illa ſumma, ad ſummam ſeptùplæ periphe-

riæ

riæ Circuli ADBG & octuplæ Rectæ *d.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Sectio BEL sit ad lunulam ADBFA ut summa Rectanguli sub Radio EQ, & peripheria Circuli ADBG, & Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad subsextuplum summæ ejusdem Rectanguli, & octupli Hexagoni, erit etiam ut summa Rectanguli sub tripla Diametro EB, & peripheria ejusdem Circuli & sextupli Hexagoni, ad summam Rectanguli sub EQ & peripheria Circuli ADBG, & octupli Hexagoni, ita Sectio BEL ad lunulam ADBFA, sunt autem hæ summæ, ut summa sextuplæ peripheriæ Circuli ADBG & sextuplæ Rectæ d, ad summam peripheriæ hujus Circuli & octupli ejusdem Rectæ, igitur ut illa summa ad hanc, ita Sectio BEL, ad lunulam ADBFA. Quod erat primo loco demonstrandum.

Præterea, Sectio BEL est ad lunulam ACBGA, ut summa Rectanguli sub Radio EQ, & peripheriâ Circuli ADBG, & Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad subsextuplum Rectanguli sub EQ & sextupla peripheria ejusdem Circuli, & octupli Hexa-

xagoni inſcripti, quare etiam ut ſumma Rectanguli ſub tripla Diametro EB & peripheria Circuli ADBG & ſeptupli Hexagoni eidem Circulo inſcripti, ad ſummam Rectanguli ſub Radio EQ & ſeptupla peripheria ejusdem Circuli, & octupli Hexagoni, ita Sectio BEL ad lunulam ACBGA; ſed hæ ſummæ ſunt ut ſumma ſextuplæ peripheriæ Circuli ADBG & ſextuplæ Rectæ d, ad ſummam ſeptuplæ hujus peripheriæ & octupli ejusdem Rectæ, ergo ut ſumma ſextuplæ peripheriæ Circuli ADBG & ſextuplæ Rectæ d, ad ſummam ſeptuplæ hujus peripheriæ & octupli ejusdem Rectæ, ita Sectio BEL ad lunulam ACBGA. Quod erat ſecundo loco demonſtrandum.

PROPOSITIO CXCV.

Sectio BEL eſt ad Curvilineum ADBCA, ut ſumma ſextuplæ peripheriæ Circuli ADBG & ſextuplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ hæc peripheria decies ſepties multipla, excedit octuplum ejusdem Rectæ.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim Sectio BEL ad Curvilineum ADBCA ut ſumma Rectanguli ſub Radio EQ &

Q & peripheria Circuli ADBG & Hexagoni eidem Circulo inſcripti, ad ſubſextuplum differentiæ quâ Rectangulum ſub EQ & eadem peripheria decies ſepties multipla excedit octuplum hujus Hexagoni, atque adeo ut ſumma Rectanguli ſub Tripla Diametro EB & peripheria Circuli ADBG & ſextupli Hexagoni, ad differentiam, quâ Rectangulum ſub EQ & hac ipſa peripheria decies ſepties multipla ſuperat octuplum ejusdem Hexagoni, ita Sectio BEL ad Curvilineum ADBCA; Eſt porrò ut illa ſumma ad hanc differentiam, ita ſumma ſextuplæ peripheriæ Circuli ADBG & ſextuplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ hæc peripheria decies ſepties multipla excedit octuplum ejusdem Rectæ, igitur ut Sectio BEL ad Curvilineum ADBCA, ita illa ſumma ad hanc differentiam. Q. E. D.

PROPOSITIO CXCVI.

Sectio BEL eſt ad Conſegmentum AGB, ut ſumma Triplæ peripheriæ Circuli ADBG & Triplæ Rectæ d, ad ſummam octupli hujus peripheriæ & quadrupli ejusdem Rectæ.

DEMONSTRATIO.

Nam Sectio BEL est ad Consegmentum AGB, ut subquadruplum summæ Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG & Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad subtriplum summæ Rectanguli sub Diametro EB & peripheria hujus Circuli & ejusdem Hexagoni, igitur ut summa Rectanguli sub EQ & tripla hac peripheria, & tripli Hexagoni inscripti, ad summam Rectanguli sub quadrupla Diametro EB & peripheria Circuli ADBG, & quadrupli Hexagoni inscripti, ita Sectio BEL ad Consegmentum AGB; sunt autem hæ summæ, ut summa triplæ peripheriæ Circuli ADBG & triplæ Rectæ d, ad summam octupli hujus peripheriæ, & quadrupli ejusdem Rectæ, igitur ut Sectio BEL ad Consegmentum AGB, ita illa summa ad hanc. Q. E. D.

PROPOSITIO CXCVII.

F. 1. & 2. Sectio BEL est ad Circulum EHBI, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad hanc ipsam peripheriam.

DEMONSTRATIO.

Est enim *per* 192. *hujus* Sectio BEL ad Circulum

culum AFBC ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad triplum ejusdem peripheriæ; sed Circulus AFBC est triplus Circuli EHBI, ergo ut Sectio BEL ad Circulum EHBI, ita summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad hanc ipsam peripheriam. Q. E. D.

PROPOSITIO CXCVIII.

Sectio BEL est ad Segmentum EDB, ut summa Triplæ peripheriæ Circuli ADBG & triplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ duplum hujus peripheriæ excedit quadruplum ejusdem Rectæ.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Sectio BEL sit ad Segmentum EDB, ut subduplum summæ Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, & Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad subtriplum differentiæ, quâ idem Rectangulum excedit duplum ejusdem Hexagoni, erit etiam ut summa Rectanguli sub EQ & tripla peripheria Circuli ADBG & tripli Hexagoni inscripti, ad differentiam, quâ Rectangulum sub EQ & dupla peripheria ejusdem Circuli excedit quadruplum

plum Hexagoni inſcripti, ita Sectio BEL ad Segmentum EDB, eſt porrò illa ſumma ad hanc differentiam, ut ſumma triplæ peripheriæ Circuli ADBG & Triplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ dupla hæc peripheria excedit quadruplum ejusdem Rectæ, igitur ut Sectio BEL ad Segmentum EDB, ita illa ſumma ad hanc differentiam. Q. E. D.

PROPOSITIO CXCIX.

Sectio BEL eſt ad Conſegmentum EGB, ut ſumma triplæ peripheriæ Circuli ADBG & triplæ Rectæ d, ad ſummam decuplæ hujus peripheriæ & quadruplæ ejusdem Rectæ.

DEMONSTRATIO.

Nam Sectio BEL eſt ad Conſegmentum EGB ut ſubdupla ſumma Rectanguli ſub Radio EQ & peripheriâ Circuli ADBG & Hexagoni eidem Circulo inſcripti, ad ſubtriplam ſummam Rectanguli ſub Radio EQ & quintuplâ peripheriâ ejusdem Circuli, & dupli Hexagoni inſcripti, hincque ut ſumma Rectanguli ſub EQ & tripla peripheria Circuli ADBG & tripli Hexagoni inſcripti, ad ſummam Rectanguli ſub EQ

& de-

& decupla hac peripheria, & quadrupli Hexagoni inscripti, ita Sectio BEL ad Consegmentum EGB; sed hæ summæ sunt ut summa triplæ peripheriæ Circuli ADBG & Triplæ Rectæ d, ad summam decuplæ hujus peripheriæ & quadrupli ejusdem Rectæ, ergo ut Sectio BEL ad Consegmentum EGB, ita illa summa ad hanc. Q. E. D.

PROPOSITIO CC.

Sectio BEL est ad lunulam EDBHE, ut summa sextuplæ peripheriæ Circuli ADBG, & sextuplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ octuplum hujus Rectæ, excedit eandem peripheriam; ad lunulam EIBGE verò ut eadem summa ad summam hujus peripheriæ decies septies multiplæ & octupli ejusdem Rectæ.

DEMONSTRATIO.

Sectio BEL enim est ad lunulam EDBHE ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, & Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad subsextuplum Differentiæ, quâ octuplum hujus Hexagoni excedit idem Rectangulum, hincque ut sum-

summa Rectanguli sub EQ & sextupla peripheria Circuli ADBG & sextupli Hexagoni inscripti, ad differentiam, quâ octuplum hujus Hexagoni excedit Rectangulum sub EQ & peripheria ejusdem Circuli, ita Sectio BEL ad lunulam EDBHE; Est autem illa summa ad hanc differentiam ut summa sextuplæ peripheriæ Circuli ADBG & sextuplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ octuplum hujus Rectæ excedit eandem peripheriam, igitur ut illa summa ad hanc differentiam, ita Sectio BEL ad lunulam EDBHE. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Pariformiter, cum Sectio BEL sit ad lunulam EIBGE, ut summa Rectanguli sub EQ Radio & peripheria Circuli ADBG & Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad subsextuplum summæ Rectanguli sub EQ & peripheria ejusdem Circuli decies septies multipla, & octupli Hexagoni inscripti, erit etiam ut summa Rectanguli sub EQ & sextupla peripheria Circuli ADBG & sextupli Hexagoni inscripti, ad summam Rectanguli sub EQ, & peripheria ejusdem Circuli decies septies multipla & octupli hujus Hexagoni, ita Sectio BEL ad lunulam EIB GE; sed hæ summæ sunt ut summa sex-

tuplæ

tuplæ peripheriæ Circuli ADBG & sextuplæ Rectæ d, ad summam hujus peripheriæ decies septies multiplæ & octupli ejusdem Rectæ, ergo ut illa summa ad hanc, ita Sectio BEL ad lunulam EIBGE. Quod erat secundo loco Demonstrandum.

PROPOSITIO CCI.

Sectio BEL est ad Curvilineum EDBIE, ut summa sextuplæ peripheriæ Circuli ADBG & sextuplæ Rectæ d, ad differentiam, quâ septuplum hujus peripheriæ excedit octuplum ejusdem Rectæ.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Sectio BEL sit ad Curvilineum EDBIE ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheriâ Circuli ADBG & Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad subsextuplum differentiæ, quâ Rectangulum sub eodem Radio & septuplo hujus peripheriæ, excedit octuplum ejusdem Hexagoni, erit etiam ut summa Rectanguli sub tripla Diametro Circuli ADBG & ipsius peripheria, & sextupli Hexagoni inscripti, ad differentiam, quâ Rectangulum sub EQ

Ra-

DEMONSTRATIO.

Sectio BEL enim est ad Consegmentum CGD, ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG & Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad summam Rectanguli sub eodem Radio & tripla peripheria, & illius, quod sub Diametro EB continetur, quadrati; sunt autem hæ summæ, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad summam triplæ ejusdem peripheriæ & duplæ Diametri EB, igitur ut Sectio BEL ad Consegmentum CGD, ita illa summa ad hanc. Q. E, D.

PROPOSITIO CCV.

Sectio BEL est ad lunulam CQDNC ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad duplam Diametrum EB, ad lunulam CRDGC verò, ut eadem summa ad summam duplæ hujus peripheriæ, duplæque Diametri.

DEMONSTRATIO.

Nam Sectio BEL est ad lunulam CQDNC ut subquadruplum summæ Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG

&He-

& Hexagoni eidem circulo inscripti, ad Triangulum CBD seu huic æquale quadratum Radij, igitur ut summa sub hoc ipso Radio EQ & peripheria Circuli ADBG & Hexagoni inscripti, ad quadratum Diametri EB, ita Sectio BEL ad lunulam CQDNC; Est porrò ut illa summa ad hoc quadratum, ita summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad duplam Diametrum EB, igitur ut illa summa ad duplum Diametri, ita Sectio BEL ad lunulam CQDNC. Quod erat primo loco Demonstrandum.

Præterea, cum Sectio BEL sit ad lunulam CRDGC, ut subduplum summæ Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG & Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad summam ejusdem Rectanguli & quadrati CDGB, erit etiam, ut summa Rectanguli sub eodem Radio & peripheria Circuli ADBG, & Hexagoni inscripti, ad summam ejusdem Rectanguli, & illius, quod sub Diametro EB continetur, quadrati, ita Sectio BEL ad lunulam CRDGC; sed hæ summæ sunt ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad summam duplæ hujus peripheriæ, duplæque Diametri, ergo ut hæ summæ, ita Sectio BEL, ad lunulam CRDGC, quod erat secundo loco demonstrandum.

PROPOSITIO CCVI.

Sectio BEL est ad Curvilineum C QDRC, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad differentiam, quâ dupla hæc peripheria superat duplam Diametrum EB.

DEMONSTRATIO.

Nam cum Sectio BEL sit ad Curvilineum CQDRC, ut subdupla summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli A DBG & Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad differentiam, quâ idem Rectangulum superat quadratum CDGB, erit quoque eadem Sectio BEL ad Curvilineum CQDRC, ut summa Rectanguli sub EQ Radio & peripheria Circuli ADBG, & Hexagoni inscripti, ad differentiam, quâ Rectangulum sub Diametro EB & hac ipsa peripheria superat quadratum ejusdem Diametri; Est autem illa summa ad hanc differentiam, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad differentiam, quâ dupla hæc peripheria superat duplam Diametrum EB, igitur ut Sectio BEL ad Curvilineum CQD RC, ita illa summa ad hanc differentiam. Q. E. D.

DE-

PROPOSITIO CCVII.

Sectio BEL est ad Mixtilineum sub semicirculo CRD & Rectis CG, GB, BD comprehensum, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad differentiam, quâ octuplum Diametri EB excedit eandem peripheriam.

DEMONSTRATIO.

Est enim Sectio BEL ad hoc Mixtilineum ut summa Rectanguli sub EQ Radio & peripheria Circuli ADBG & Hexagoni inscripti, ad differentiam, quâ quadruplum quadrati sub Diametro EB comprehensi excedit idem Rectangulum; Est porrò ut illa summa ad hanc differentiam, ita summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad differentiam, quâ octuplum Diametri EB excedit eandem peripheriam, igitur ut Sectio BEL ad hoc Mixtilineum, ita illa summa ad hanc differentiam. Q. E. D.

PROPOSITIO CCVIII.

Sectio BEL, est ad Sectionem DRB sub Radio RB & arcubus DR,

DB contentam, ut summa duplæ peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad summam ejusdem peripheriæ & duplæ Diametri EB.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Sectio BEL sit ad Sectionem DRB, ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG & Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad subduplam summam ejusdem Rectanguli, & illius, quod sub Diametro EB continetur quadrati, erit quoque Sectio BEL ad Sectionem DRB, ut summa Rectanguli sub hac ipsa Diametro & peripheria Circuli ADBG & dupli Hexagoni inscripti, ad summam ejusdem Rectanguli & quadrati sub eadem Diametro comprehensi, sed hæ summæ, sunt ut summa duplæ peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad summam ejusdem peripheriæ & duplæ Diametri EB, ergo ut Sectio BEL ad Sectionem DRB, ita illa summa ad hanc. Q. E. D.

PROPOSITIO CCIX.

Sectio BEL est ad Sectionem RCB ut summa duplæ peripheriæ Circuli

ADBG

ADBG & duplæ Rectæ d, ad summam triplæ ejusdem peripheriæ & duplæ Diametri EB.

DEMONSTRATIO.

Sectio BEL enim est *per* 204. *hujus* ad Consegmentum CGD ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad summam triplæ ejusdem peripheriæ & duplæ Diametri EB, igitur ut Sectio BEL ad subduplum Consegmenti CGD, ita illa summa ad subduplum hujus; sed illa summa est ad subduplum hujus, ut summa duplæ peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad summam triplæ ejusdem peripheriæ & duplæ Diametri EB, ergo ut Sectio BEL ad subduplum Consegmentum CGD seu huic subduplo *per* 138. *hujus* æqualem Sectionem RCB, ita illa summa ad hanc. Q. E. D.

PROPOSITIO CCX.

Sectio BEL est ad Sectionem lunulæ CRDGC sub semicirculo CRD Rectis CG, DB & arcu GB contentam, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad sextuplum Diametri EB.

DEMONSTRATIO.

Nam Sectio BEL est *per* 205. *hujus* ad lunulam CQDNC ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad duplam Diametrum EB, est autem *per* 156. *hujus* Sectio lunulæ CRDGC sub semicirculo CRD, Rectis CG, DB & arcu GB contenta, tripla lunulæ CQDNC, igitur ut sectio BEL ad hanc Sectionem lunulæ CRDGC, ita summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad sextuplum Diametri EB. Q. E. D.

Notari meretur proprietas resultans ex intersectione Circulorum ADBG, AFBC, vi cujus Diameter EB ita secatur in L, ut, invento Circulo qui sit sextuplus lunulæ ACBGA, constitutisque cylindris sub hoc ipso Circulo tanquam Basi & altitudine EB, sub quadruplo Circuli ADBG & eadem altitudine, sub triplo ejusdem Circuli & altitudine BL, excessus quo summa primi & tertij cylindri superat secundum, æquetur prismati sub Hexagono æquilatero Circuli ADBG inscripto, & altitudine EB; atque banc ipsam proprietatem quibuscunque Rectis existentibus in Ratione sesquitertiâ convenire, in Problemate sub his conditionibus, à me proposito peracutè observarunt A. R. P. Guido Grandus *Ord. S. Benedicti Congreg: Camaldul: Religiosus*

giosus & in almo Pisano Lyceo Philosophiæ Professor Publicus, & Perillustris Dominus Ehrenfridus Walcherus à Tschirnhaus, *dum viveret, Serenissimi Poloniæ Regis & Electoris Saxoniæ Consiliarius. Porrò rem aliundè Geometris manifestam pluribus non prosequar, Perillustris hujus Viri acutissimum judicium in litteris 20. Julij Anni 1708. Dresdâ ad me datis desuper expressum, hîc solum adnectens „missum Pro-„blema solvi, & cum initio quidem videretur, „sine suppositione quadraturæ Circuli solvi haud „posse, tamen reipsâ plane aliud deprehendi, „quandoquidem Geometricam solutionem ad-„mittit, namque aliud hic faciendum nihil est, „nisi quod linea longitudinis arbitrariæ assu-„menda sit, eaque ita secanda, ut segmen-„ta sint in Ratione 3. ad 1. sive ut numerus „ternarius ad unitatem; tum enim semper ad „implebitur, quod in Problemate desideratur. „In hoc Problemate istud oppidò perquam pul-„chrum est, quod hoc modo certi Cylindri ex-„hibeantur, quorum Differentiæ, Prismati, cu-„jus Basis Hexagona sit, absolute æquentur, id-„que ut efficiatur, Recta tantum linea in Ra-„tione numeri ad numerum, puta ut 3. ad 1. „secanda sit; Hoc cuipiam rem istam non sa-„tis acuratè inspicienti, magnam offerre posset „speciem, quasi hoc ipso inventa sit quadratu-*

„ra Circuli tam diu quæsita ; Notum enim „est, quod datis duobus Cylindris, sine suppo„sitione ullius quadraturæ Circuli, inveniri „possit Cylindrus, qui summæ aut differentiæ „horum Cylindrorum æqualis sit: jam vero hic „invenitur Prisma hexagonale, æquale differentiæ „certorum Cylindrorum, adeoque quoque inve„niri potest Cylindrus, qui sit æqualis Prismati „Hexagonali, ac consequenter data est quadra„tura Circuli. Verum enimvero animadverten„dum circa hæc est, non omnes hic Cylindros „datos esse; Namque Cylindrus, cujus basis est „Circulus sextuplus lunulæ, assumitur duntaxat „hypothetice, ac proinde notus non est, siquidem „Circulus nullus inveniri potest, qui sit sextu„plus (aut in quavis aliâ Ratione) lunulæ AC „BGA, hoc est Radius talis Circuli determinari „nequit sine quadratura Circuli, quod quidem „cum evitandæ prolixitatis gratiâ, tum etiam „quia id sine dubio notum jam est, demonstra„re omisi, atque ita per solutionem hujus Pro„blematis, ista difficultas quadraturæ Circuli „non tollitur, prout non sine probabilitate videri „poterat „ hactenus vir Eruditissimus. Quibus ego quod addam non habeo, nisi hujus loci non esse discutere possitne independenter à Circuli Tetragonismo inveniri Circulus lunulæ ACBGA sextuplus, an secus? illud interim certissimum,

invento

invento Circulo qui huic lunulæ sit æqualis Circuli quadraturam haberi sine ulterioribus ambagibus, differentiæ Cylindrorum Prismati Hexagonali æqualis determinationem requirentibus; cum enim lunula ACBGA æquetur summæ Circuli & Rectilinei, habito Circulo qui æquetur huic ipsi lunulæ, extemplò etiam invenitur differentia Circulorum noto Rectilineo æqualis. Porrò, si super quâcunque subtensâ AB velut Diametro, describatur Circulus AFBC intersecans Circulum ADBG, Diametrum EB ita secari in L, ut hic Circulus ad illum eandem habeat Rationem, quam EB ad BL, veritas est digna omninò, quæ inter singularia Geometriæ referatur.

Superest ut acutissimos Almæ Geometriæ Cultores, lemmata Problematum ijsdem à me propositorum & mense Januario Anni currentis à Viro clarissimo D. Bushardo Menckenio *Reg. Maj: Polon. Consiliario & Historiographo, nec non Histor. Prof. Publ. & Societ: Reg. Britann. Socio, Actis Lipsiensibus insertorum, sub Propositionibus hactenus demonstratis delitescere, commoneam, atque ad considerationem quadratorum sub Rectis, quæ peripheriis Circulorum, AFBC, EHBI, CNDR, sunt æquales, comprehensorum, progrediar.*

PRO-

PROPOSITIO CCXI.

F. 1. Quadrata sub peripherijs comprehensa, sunt in Ratione Circulorum sub ijsdem peripherijs contentorum.

DEMONSTRATIO.

Est enim ut EB ad AB ita peripheria Circuli ADBG ad peripheriam Circuli AFBC, ergo ut quadratum Diametri EB, ad quadratum Diametri AB ita quadratum sub peripheria Circuli ADBG ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC, sed ut quadratum Diametri EB ad quadratum Diametri AB, ita Circulus ADBG ad Circulum AFBC, ergo ut Circulus ad Circulum, ita quadrata sub peripherijs eorundem Circulorum comprehensa. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXII.

Circulus est ad quadratum suæ peripheriæ ut Radius ad duplum ejusdem peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Circulus ADBG æquetur Rectangulo sub Radio EQ & semiperipheria

ria

ria ejusdem Circuli, erit ut subduplum Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG ad quadratum peripheriæ, ita Circulus ADBG ad idem quadratum, atque adeo ut Rectangulum sub EQ & peripheria Circuli ADBG ad duplum quadratum sub peripheria ejusdem Circuli comprehensum, ita Circulus ADBG ad quadratum suæ peripheriæ; Est autem Rectangulum sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG ad duplum quadratum peripheriæ ejusdem Circuli, ut EQ ad duplum peripheriæ, igitur ut Radius ad duplum peripheriæ ejusdem Circuli, ita Circulus, ad quadratum suæ peripheriæ. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXIII.

Cujuscumque superficiei Ratio ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum, componitur ex Ratione ejusdem superficiei ad ipsum Circulum AFBC & eâ quam Circulus ADBG habet ad quadratum suæ peripheriæ.

DEMONSTRATIO.

Positis enim Diametro EB ⋏ 2a, Diametro

metro AB ∝ b, peripheria Circuli ADBG ∝ x erit peripheria Circuli AFBC ∝ bx (2a) atque ejusdem quadratum ∝ bbxx (4aa) ipse autem Circulus AFBC ∝ bbx (8a) ac proinde quæcumque superficies bz est ad Circulum AFBC, ut 8az ad bx, ad quadratum verò sub peripheria ejusdem Circuli comprehensum ut 4aaz ad bxx seu ut 8az : a ad bx : 2x, sed *per præced.* ut a ad 2x, ita Circulus ADBG ad quadratum suæ peripheriæ, cujuscumque igitur, superficiei Ratio ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum, componitur ex Ratione ejusdem superficiei ad ipsum Circulum AFBC & eâ, quam Circulus AD BG habet ad quadratum suæ peripheriæ. Q.E.D.

PROPOSITIO CCXIV.

Segmentum ADB est ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum ut differentia, quâ Rectangulum sub Diametro EB & peripheria Circuli ADBG excedit duplum Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad noncuplum illius, quod sub peri-

peripheria hujus Circuli comprehenditur quadrati.

DEMONSTRATIO.

Nam *per* 10. *hujus* Segmentum ADB est ad Circulum AFBC, ut differentia, quâ quadruplum peripheriæ Circuli ADBG excedit quadruplum Rectæ d, ad noncuplum ejusdem peripheriæ & *per* 212. *ejusd.* Circulus ADBG est ad quadratum suæ peripheriæ ut Radius EQ ad duplum ejusdem peripheriæ; erit ergo *per* 213. *hujus* ut differentia, qua Rectangulum sub EQ & quadrupla peripheria Circuli A D B G excedit quadruplum Hexagoni huic Circulo inscripti, ad quadratum sub hac ipsa peripheria decies octies multiplum, ita Segmentum ADB, ad illud quod sub peripheria Circuli AFBC comprehenditur quadratum; Est autem illa differentia ad decies octies multiplum quadrati, sub peripheria Circuli ADBG comprehensi, ut differentia, quâ Rectangulum sub Diametro EB & peripheria ejusdem Circuli, excedit duplum Hexagoni inscripti, ad noncuplum quadrati sub peripheria Circuli ADBG comprehensi, igitur ut segmentum ADB ad illud quod sub peripheria Circuli AFBC continetur quadratum,

dratum, ita illa differentia ad hoc noncuplum. Q.E.D.

PROPOSITIO CCXV.

Lunula ADBFA est ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli AD, BG & octupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad quadratum, quod sub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur, trigesies sexies multiplum, lunula ACBGA verò ut summa Rectanguli sub EQ & septuplo peripheriæ Circuli ADBG & octupli Hexagoni inscripti, ad idem multiplum, quadrati sub peripheria ejusdem Circuli comprehensi.

DEMONSTRATIO.

Cum enim *per 35. hujus* lunula ADBFA sit ad Circulum EHBI (F. 2.) ut summa peripheriæ Circuli ADBG & octupli Rectæ d, ad ejusdem peripheriæ sextuplum, erit etiam ut summa peripheriæ ejusdem Circuli & octupli Rectæ d, ad hanc ipsam peripheriæ

ripheriam decies octies multiplam, ita lunula ADBFA ad Circulum AFBC, atque adeo *per* 212. *&* 213. *hujus* ut summa Rectanguli sub Radio & peripheria Circuli ADBG & octupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad trigesies sexies multiplum quadrati sub peripheria ejusdem Circuli comprehensi, ita lunula ADBFA ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC contentum. Quod erat primo loco demonstrandum.

Similiter cum *per* 50. *hujus* lunula ACBGA sit ad Circulum EHBI, ut summa septuplæ peripheriæ Circuli ADBG, & octupli Rectæ d, ad sextuplum ejusdem peripheriæ, erit quoque ut illa summa ad peripheriam decies octies multiplam, ita lunula ACBGA ad Circulum AFBC, quare *per* 212. *&* 213. *hujus* ut summa Rectanguli sub Radio EQ & septupla peripheria Circuli ADBG & octupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad trigesies sexies multiplum illius, quod sub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur, quadrati, ita lunula ACBGA ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum. Quod erat secundo loco demonstrandum.

PRO-

PROPOSITIO CCXVI.

Curvilineum ADBCA eſt ad quadratum ſub peripheria Circuli AFB C contentum, ut differentia, quâ Rectangulum ſub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG decies ſepties multipla excedit octuplum Hexagoni inſcripti, ad trigeſies ſexies multiplum quadrati ſub peripheria ejusdem Circuli comprehenſi.

DEMONSTRATIO.

Curvilineum ADBCA enim eſt *per* 7. *hujus* ad Circulum AFBC, ut differentia, quâ peripheria Circuli ADBG decies ſepties multipla, excedit octuplum Rectæ d, ad eandem peripheriam decies octies multiplam, hincque *per* 212. & 213. *hujus* ut Curvilineum ADBCA, ad quadratum ſub peripheriâ Circuli AFBC comprehenſum, ita differentia, quâ Rectangulum ſub Radio EQ & peripheriâ Circuli ADBG decies ſepties multiplâ excedit octuplum Hexagoni inſcripti, ad trigeſies ſexies multiplum illius quod ſub peripheriâ ejusdem Circuli comprehenditur quadrati. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO CCXVII.

Consegmentum AGB est ad quadratum sub peripheriâ Circuli AFBC contentum, ut summa Rectanguli sub duplâ Diametro EB & peripheriâ Circuli ADBG, & dupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad noncuplum illius, quod sub peripheriâ ejusdem Circuli comprehenditur quadrati.

DEMONSTRATIO.

Nam Consegmentum AGB est *per* 45. *hujus* ad Circulum EHBI (F. 2.) ut summa octupli peripheriæ Circuli ADBG, & quadrupli Rectæ d, ad triplum ejusdem peripheriæ, hincque ut eadem summa, ad noncuplum peripheriæ, ita Consegmentum AGB, ad circulum AFBC; quare *per* 212. & 213. *hujus*, ut Consegmentum AGB ad quadratum sub peripheriâ Circuli AFBC comprehensum, ita summa Rectanguli sub quadrupla Diametro EB, & peripheria Circuli ADBG, & quadrupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad quadratum sub peripheria ejusdem Circuli decies octies multiplum;

tiplum; eſt autem illa ſumma ad decies octies multiplum hujus quadrati, ut ſumma Rectanguli ſub dupla Diametro EB, & peripheriâ Circuli ADBG, & dupli Hexagoni eidem Circulo inſcripti, ad noncuplum illius, quod ſub peripheriâ ejusdem Circuli comprehenditur, quadrati, igitur ut Conſegmentum AGB ad quadratum ſub peripheriâ Circuli AFBC comprehenſum, ita illa ſumma ad hoc noncuplum. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXVIII.

F. 1. & 2. Circulus EHBI eſt ad quadratum ſub peripheria Circuli AFBC contentum, ut Radius EQ ad ſextuplum peripheriæ Circuli ADBG.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim *per* 212. *hujus* Circulus ad quadratum ſuæ peripheriæ ut Radius ad ejusdem peripheriæ duplum, ſed Radius Circuli AFBC eſt ad duplum peripheriæ ejusdem Circuli, ut Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Circuli ADBG, ad duplum quadrati ejusdem peripheriæ; Ergo ut illud Rectangulum ad hoc duplum, ita circulus AFBC ad quadratum ſuæ peripheriæ, at-

que

que adeo ut subtriplum illius Rectanguli ad idem duplum, ita circulus EHBI, ad illud quod sub peripheria Circuli AFBC continetur quadratum, est porrò ut illud subtriplum ad hoc duplum, ita EQ, ad sextuplum peripheriæ Circuli ADBG; igitur ut circulus EHBI ad quadratum sub peripheriâ Circuli AFBC comprehensum, ita Radius EQ, ad hoc sextuplum, Q. E. D.

PROPOSITIO CCXIX.

Segmentum EDB est ad quadratum sub peripheriâ Circuli AFBC comprehensum ut differentia, quâ Rectangulum sub Radio EQ & peripheriâ Circuli ADBG, excedit duplum Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad noncuplum quadrati sub eâdem peripheriâ contenti.

DEMONSTRATIO.

Segmentum EDB enim est *per* 18. *hujus* ad circulum EDBG seu huic æqualem ADBG ut differentia, quâ peripheria hujus Circuli, superat duplam Rectam d, ad sextuplum hujus peripheriæ; est autem circulus

culus ADBG ad circulum AFBC ut 4. ad 3, igitur ut differentia, quâ quadruplam hujus peripheriæ excedit duplum Rectæ d, ad eandem peripheriā decies octies multiplam, ita Segmentum EDB ad circulum AFBC; atque adeo *per* 213. *hujus*, ut Segmentum EDB ad quadratum sub peripheriâ hujus Circuli comprehensum, ita differentia, quâ Rectangulum sub Radio EQ, & peripheriâ Circuli ADBG, excedit duplum Hexagoni eidem circulo inscripti, ad noncuplum quadrati sub eadem peripheriâ contenti. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXX.

Consegmentum EGB est ad quadratum sub peripheriâ Circuli AFBC comprehensum ut summa Rectanguli sub quintuplo Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, & dupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad noncuplum illius, quod sub peripheriâ ejusdem Circuli ADBG comprehenditur quadrati.

DEMONSTRATIO.

Cum enim *per* 21. *hujus* Consegmentum

EGB

EGB sit ad circulum ADBG, ut summa quintupli peripheriæ hujus Circuli & dupli Rectæ d, ad sextuplum ejusdem peripheriæ, erit etiam ut summa decuplæ peripheriæ Circuli ADBG, & quadruplæ Rectæ d, ita Consegmentum EGB, ad circulum AFBC; hincque *per 213. hujus* ut Consegmentum EGB ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum, ita summa Rectanguli sub quintuplo Radio EQ, & peripheria Circuli ADBG, & dupli Hexagoni eidem circulo inscripti, ad noncuplum illius, quod sub peripheriâ ejusdem Circuli ADBG comprehenditur, quadrati. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXXI.

Lunula EDBHE est ad quadratum sub peripheriâ Circuli AFBC comprehensum, ut differentia, quâ octuplum Hexagoni Circulo ADBG inscripti, excedit Rectangulum sub Radio EQ & peripheria hujus Circuli, ad trigesies sexies multiplum quadrati sub peripheria ejusdem Circuli contenti; lunula EIBGE

verò ut summa Rectanguli sub EQ & peripheriâ Circuli ADBG decies septies multiplâ, & octupli Hexagoni inscripti, ad idem multiplum illius, quod sub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur, quadrati.

DEMONSTRATIO.

Nam lunula EDBHE est *per* 14. *hujus* ad EIBGE—EDBHE sive *per* 1. *hujus* ad circulum AFBC, ut differentia, quâ octuplum Rectæ d, superat peripheriam Circuli ED BG, seu huic æqualis ADBG, ad hanc ipsam peripheriam decies octies multiplam, igitur *per* 212. & 213. *hujus*, ut lunula ED BHE ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC contentum, ita differentia, quâ octuplum Hexagoni Circulo ADBG inscripti, excedit Rectangulum sub Radio EQ & peripheria hujus Circuli, ad trigesies sexies multiplum quadrati sub peripheria ejusdem Circuli contenti. Quod erat primo loco demonstrandum.

Similiter *per eand.* 14. *hujus* lunula EIBG E est ad Circulum AFBC ut summa peripheriæ Circuli ADBG decies septies multiplæ, & octupli Rectæ d, ad eandem peripheriam

pheriam decies octies multiplam; atque adeo *per* 212. & 213. *hujus* ut lunula EIBGE ad illud, quod sub peripheria Circuli AF BC comprehenditur quadratum, ita summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG decies septies multipla, & octupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad trigesies sexies multiplum quadrati sub peripheriâ Circuli ADBG comprehensi. Quod erat secundo loco demonstrandum.

PROPOSITIO CCXXII.

Curvilineum EDBIE est ad quadratum sub peripheria Circuli AFB C comprehensum, ut differentia, quâ Rectangulum sub Radio EQ & sextupla peripheria Circuli ADBG, excedit octuplum Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad trigesies sexies multiplum illius, quod sub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur, quadrati.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Curvilineum EDBIE *per* 95. *hujus* sit ad Circulum CNDR (F. 3.) ut differen-

ferentia, quâ septupla peripheria Circuli ADBG, excedit octuplam Rectam d, ad eandem peripheriam duodecies multiplam, Circulus autem CNDR sit ad Circulum AFBC ut 2. ad 3, erit Curvilineum EDBIE, ad Circulum AFBC, ut differentia, quâ septupla peripheria Circuli ADBG, excedit octuplum Rectæ d, ad hanc ipsam peripheriam decies octies multiplam, quare *per* 212 *&* 213. *hujus* ut Curvilineum EDBIE, ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum, ita differentia, quâ Rectangulum sub Radio EQ & septupla peripheria Circuli ADBG, excedit octuplum Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad trigesies sexies multiplum illius, quod sub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur, quadrati. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXXIII.

F. 1. & 3. Circulus CNDR est ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum ut Radius EQ, ad triplum peripheriæ Circuli ADBG.

DEMONSTRATIO.

Circulus CNDR enim est ad Circulum AFBC ut 2. ad 3. igitur *per* 212. *&* 213. *hu-*

jus

jus ut Circulus CNDR ad quadratum sub peripheriâ Circuli AFBC comprehensum, ita Radius EQ ad triplum peripheriæ Circuli ADBG. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXXIV.

Segmentum CQD est ad quadratum sub peripheriâ Circuli AFBC comprehensum, ut differentia, quâ Rectangulum sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, excedit quadratum Diametri EB, ad sextuplum illius, quod sub peripheriâ ejusdem Circuli continetur, quadrati.

DEMONSTRATIO.

Est enim *per 26. hujus* Segmentum CQD ad Circulum QDBG, seu illi æqualem ADBG, ut differentia quâ peripheria ejusdem circuli superat duplum Diametri, ad quadruplum ejusdem peripheriæ; sed circulus ADBG est ad circulum AFBC ut 4. ad 3. ergo ut differentia, quâ quadruplum peripheriæ hujus Circuli superat octuplum Diametri EB, ad eandem peripheriam duodecies multiplam, ita segmentum CQD ad circulum AFBC; atque adeo *per* 212. & 213.

hujus

hujus ut ſegmentum CQD ad quadratum ſub peripheria circuli AFBC comprehenſum, ita differentia, quâ Rectangulum ſub Radio EQ & peripheria circuli ADBG comprehenſum, excedit quadratum Diametri EB, ad ſextuplum illius, quod ſub peripheria ejusdem Circuli continetur, quadrati. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXXV.

Conſegmentum CGD eſt ad quadratum ſub peripheria Circuli AFBC contentum, ut ſumma Rectanguli ſub Radio EQ & triplâ peripheriâ Circuli ADBG, & quadrati ſub Diametro EB comprehenſi, ad ſextuplum illius quod ſub peripheria ejusdem Circuli continetur, quadrati.

DEMONSTRATIO.

Nam Conſegmentum CGD eſt *per* 29. *hujus* ad Circulum ADBG, ut ſumma duplæ Diametri EB, & triplæ peripheriæ ejusdem Circuli, ad quadruplum ejusdem peripheriæ; eſt autem Circulus ADBG, ad Circulum AFBC, ut 4. ad 3. igitur ut ſumma triplæ peripheriæ hujus Circuli & duplæ Diametri

metri EB ad triplam peripheriam, ita Consegmentum CGD, ad Circulum AFBC; hincque *per* 212. *&* 213. *hujus* ut Consegmentum CGD, ad quadratum sub peripheriâ Circuli AFBC contentum, ita summa Rectanguli sub Radio EQ & tripla peripheria Circuli ADBG, & quadrati sub Diametro EB comprehensi, ad sextuplum illius, quod sub peripheria ejusdem circuli comprehenditur, quadrati. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXXVI.

Lunula CQDNC est ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC contentum, ut quadratum CDGB, ad triplum quadrati sub peripheriâ Circuli ADBG comprehensi, lunula GRDGC verò, ut summa quadrati CDGB & Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, ad idem Triplum.

DEMONSTRATIO.

Est enim lunula CQDNC ad Circulum AFBC ut duplum Diametri EB ad triplum peripheriæ Circuli ADBG, hincque *per* 212. *&* 213. *hujus* ut lunula CQDNC ad qua-

quadratum sub peripheria Circuli AFBC contentum, ita quadratum CDGB ad Triplum quadrati sub peripheria Circuli AD BG comprehensi. Quod erat primo loco demonstrandum.

Præterea lunula CRDGC est ad Circulum AFBC ut summa duplæ peripheriæ Circuli ADBG, & duplæ Diametri EB, ad Triplum ejusdem peripheriæ; atque adeo *per* 212. & 213. *hujus* ut summa quadrati C DGB & Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, ad Triplum illius, quod sub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur, quadrati, ita lunula CRDG C ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC contentum. Quod erat secundo loco demonstrandum.

PROPOSITIO CCXXVII.

Curvilineum CQDRC est ad quadratum sub peripheria Circuli AFB C comprehensum, ut differentia, quâ Rectangulum sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, excedit quadratum CDGB, ad triplum illius quod sub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur quadrati.

DE-

DEMONSTRATIO.

Cum enim Curvilineum CQDRC sit ad Circulum AFBC, ut differentia, quâ duplum peripheriæ Circuli ADBG superat duplam Diametrum EB, ad triplum ejusdem peripheriæ, erit *per* 212. & 213 *hujus* ut Curvilineum CQDRC, ad quadratum sub peripheria Circuli ADBG comprehensum, ita differentia, quâ Rectangulum sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG excedit quadratum CDGB, ad triplum illius, quod sub peripheria ejusdem Circuli continetur, quadrati. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXXVIII.

Mixtilineum CRDBGC est ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum, ut differentia, quâ quadruplum quadrati Diametri EB, superat Rectangulum sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, ad sextuplum illius, quod sub peripheria ejusdem Circuli continetur, quadrati.

DEMONSTRATIO.

Nam Mixtilineum CRDBGC *per* 220. *hujus*

jus est ad Circulum AFBG, ut differentia, quâ octupla Diameter EB excedit peripheriam Circuli ADBG, ad triplum ejusdem peripheriæ; erit itaque *per* 212. *&* 213. *hujus* ut Mixtilineum CRDBGC ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC contentum, ita Differentia, quâ quadruplum quadrati Diametri EB, superat Rectangulum sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, ad sextuplum illius, quod sub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur, quadrati. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXXIX.

Sectio RDB est ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum, ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli AD BG & quadrati sub Diametro EB, ad duodecies multiplum quadrati sub peripheria ejusdem circuli contenti.

DEMONSTRATIO.

Sectio RDB enim *per* 126. *hujus* est ad Circulum AFBC, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Diametri EB, ad sextuplum ejusdem peripheriæ; quare *per* 212.

& 213.

& 213. hujus. erit eadem Sectio RDB ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum, ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, & quadrati sub Diametri EB, ad duodecies multiplum quadrati sub peripheria ejusdem Circuli contenti. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXXX.

Sectio RCB est ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC, comprehensum, ut summa Rectanguli sub Radio EQ & tripla peripheria Circuli ADBG, & quadrati sub Diametro EB, ad duodecies multiplum illius, quod sub peripheria ejusdem Circuli continetur, quadrati.

DEMONSTRATIO.

Cum enim *per 226. hujus* Consegmentum CGD sit ad quadratum sub peripheria circuli AFBC comprehensum ut summa Rectanguli sub Radio EQ & tripla peripheria Circuli ADBG, & quadrati sub Diametro EB comprehensi, ad sextuplum illius, quod sub peripheria ejusdem circuli continetur quadrati; erit etiam *per 138. hujus,* ut

ut Sectio RCB ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC contentum, ita illa summa ad duodecies multiplum quadrati, sub peripheria Circuli ADBG comprehensi. Q.E.D.

PROPOSITIO CCXXXI.

Sectio lunulæ CRDGC sub semicirculo CRD, Rectis CG, DB, & arcu GB comprehensa, est ad illud, quod sub peripheria Circuli AFBC continetur, quadratum, ut quadratum CDGB, ad quadratum sub peripheria Circuli ADBG comprehensum.

DEMONSTRATIO.

Est enim *per 226. hujus* lunula CQDNC ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum ut quadratum CDGB ad triplum quadrati sub peripheria Circuli ADBG comprehensi, atque adeo *per 156. hujus* sectio lunulæ CRDGC sub semicirculo CRD, Rectis CG, DB, & arcu GB comprehensa, erit ad id, quod sub peripheria Circuli AFBC continetur quadratum, ut quadratum CDGB ad quadratum sub peri-

peripheria Circuli ADBG comprehensum. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXXXII.

Sectio AEL lunulæ ACBGA est ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum, ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, & dupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad Trigesies sexies multiplum quadrati sub peripheria ejusdem Circuli comprehensi. F. 1.

DEMONSTRATIO.

Nam *per 172. hujus* Sectio AEL est ad Circulum AFBC ut summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad eandem peripheriam decies octies multiplam, ergo *per 212. & 213. hujus*, ut Sectio AEL ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum, ita summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, & dupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad trigesies sexies multiplum quadrati sub peripheria ejusdem Circuli comprehensi. Q. E. D.

U PRO-

PROPOSITIO CCXXXIII.

Sectio BEL est ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum, ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG & Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad sextuplum quadrati sub peripheria ejusdem Circuli comprehensi.

DEMONSTRATIO.

Sectio BEL enim est *per 192. hujus* ad Circulum AFBC ut summa peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, ad triplum ejusdem peripheriæ, igitur *per 212. & 213. hujus* Sectio BEL erit ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum, ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, & Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad sextuplum illius quod sub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur, quadrati. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXXXIV.

F. 1. & 2. Quadratum sub peripheria Circuli EHBI comprehensum est ad id, quod

quod ſub peripheria Circuli AFBC continetur, quadratum, ut 1. ad 3.

DEMONSTRATIO.

Circulus EHBI eſt ad Circulum AFBC ut 1. ad 3; ſed *per 211. hujus* quadrata ſub peripherijs comprehenſa eandem habent Rationem quam Circuli, ergo quadratum ſub peripheria Circuli EHBI comprehenſum eſt ad id, quod ſub peripheria Circuli AFBC continetur, quadratum, ut 1. ad 3. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXXXV.

Circulus AFBC eſt ad quadratum ſub peripheria Circuli EHBI comprehenſum, ut triplum Radij EQ, ad duplum peripheriæ Circuli ADBG.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim *per 212. hujus* Circulus AFBC ad quadratum ſub peripheria ejusdem Circuli comprehenſum, ut Radius EQ ad duplum peripheriæ Circuli ADBG, ergo *per præced.* ut Radius EQ ad duas tertias ejusdem peripheriæ, ita Circulus AFBC, ad quadratum ſub peripheria Circuli EHBI comprehen-

sum, atque adeo ut ille Circulus ad hoc quadratum, ita triplum Radij EQ, ad duplum peripheriæ Circuli ADBG. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXXXVI.

Segmentum ADB est ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI comprehensum, ut differentia, quâ Rectangulum sub Diametro & peripheria Circuli ADBG, excedit duplum Hexagoni huic Circulo inscripti, ad triplum quadrati sub peripheria ejusdem Circuli contenti.

DEMONSTRATIO.

Nam *per 214. hujus* est Segmentum ADB ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC contentum, ut differentia quâ Rectangulum sub Diametro & peripheria Circuli ADBG, excedit duplum Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad noncuplum illius, quod sub peripheria ejusdem circuli comprehenditur quadrati, ergo *per 234. hujus* erit idem segmentum ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI comprehensum, ut illa differentia, ad triplum illius, quod sub

sub peripheria Circuli ADBG continetur, quadrati. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXXXVII.

Lunula ADBFA est ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI contentum, ut summa Rectanguli sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, & octupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad quadratum quod sub peripheria ejusdem Circuli continetur duodecies multiplum, lunula ACBGA verò, ut summa Rectanguli sub Radio EQ & septupla peripheria Circuli ADBG & octupli Hexagoni inscripti, ad idem multiplum quadrati sub peripheriâ ejusdem Circuli comprehensi.

DEMONSTRATIO.

Cum enim lunula ADBFA sit *per* 215. *hujus*, ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC comprehensum, ut summa Rectanguli sub Radio EQ, & peripheria Circuli ADBG, & octupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad quadratum, quod sub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur

trigesies sexies multiplum, erit *per* 234. *hujus* ut illa summa ad quadratum sub peripheria Circuli ADBG duodecies multiplum, ita lunula ADBFA, ad quadratum sub peripheria ejusdem Circuli contentum. Quod erat primo loco demonstrandum.

Præterea, lunula ACBGA est *per eand.* 215. *hujus* ad quadratum sub peripheria Circuli AFBC contentum, ut summa Rectanguli sub Radio EQ & septupla peripheria Circuli ADBG & octupli Hexagoni huic circulo inscripti, ad trigesies sexies multiplum quadrati sub peripheria ejusdem Circuli comprehensi; atque adeo *per* 234. *hujus* ut illa summa, ad quadratum sub hâc ipsâ peripheriâ duodecies multiplum, ita lunula ACBGA, ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI contentum. Quod erat secundo loco demonstrandum.

PROPOSITIO CCXCVIII.

Curvilineum ADBCA est ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI comprehensum, ut differentia, quâ Rectangulum sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, excedit octuplum Hexagoni eidem Circulo inscripti,

ſcripti, ad duodecies multiplum illius, quod ſub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur, quadrati.

DEMONSTRATIO.

Curvilineum ADBCA enim eſt *per 216. hujus* ad quadratum ſub peripheria Circuli AFBC comprehenſum, ut differentia, quâ Rectangulum ſub Radio EQ. & peripheria Circuli ADBG decies ſepties multipla, excedit octuplum Hexagoni eidem Circulo inſcripti, ad trigeſies ſexies multiplum quadrati ſub peripheria ejusdem Circuli contenti, hincque *per 234. hujus* ut Curvilineum ADBCA ad id, quod ſub peripheria Circuli EHBI continetur, quadratum, ita illa differentia, ad duodecies multiplum quadrati ſub peripheria Circuli ADBG, comprehenſi. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXXXIX.

Conſegmentum AGB eſt ad quadratum ſub peripheria Circuli EHBI comprehenſum, ut ſumma Rectanguli ſub duplâ Diametro & peripheria Circuli ADBG & dupli Hexagoni eidem Circulo inſcripti, ad Tri-

plum illius, quod ſub peripheria ejusdem Circuli continetur, quadrati.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim *per 217. hujus* Conſegmentum AGB ad quadratum ſub peripheria Circuli AFBC comprehenſum, ut ſumma Rectanguli ſub dupla Diametro & peripheria Circuli ADBG & dupli Hexagoni inſcripti, ad noncuplum quadrati ſub peripheria ejusdem Circuli contenti, undè *per 234. hujus* ut Conſegmentum AGB ad quadratum ſub peripheria Circuli EHBI comprehenſum, ita illa ſumma ad triplum illius, quod ſub peripheria Circuli ADBG comprehenditur, quadrati. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXL.

Sectio AEL eſt ad quadratum, quod ſub peripheria Circuli EHBI comprehenditur, ut ſumma Rectanguli ſub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG & dupli Hexagoni inſcripti, ad duodecies multiplum quadrati ſub peripheria ejusdem Circuli comprehenſi.

DE-

DEMONSTRATIO.

Nam Sectio AEL est *per* 232. *hujus* ad quadratum ſub peripheria Circuli AFBO contentum, ut ſumma Rectanguli ſub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG, & dupli Hexagoni huic Circulo inſcripti, ad trigeſies ſexies multiplum quadrati, ſub peripheria ejusdem Circuli comprehenſi, atque adeo *per* 234. *hujus*, ut Sectio AEL ad quadratum, quod ſub peripheria Circuli EHBI comprehenditur, ita illa ſumma, ad duodecies multiplum quadrati, ſub peripheria Circuli ADBG contenti. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXLI.

Sectio BEL eſt ad id, quod ſub peripheriâ Circuli EHBI comprehenditur quadratum, ut ſumma Rectanguli ſub Radio EQ & peripheriâ Circuli ADBG & Hexagoni huic circulo inſcripti, ad duplum quadrati ſub peripheriâ ejusdem circuli comprehenſi.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Sectio BEL ſit *per* 233. *hujus*, ad

ad quadratum ſub peripheriâ Circuli AFB C comprehenſum, ut ſumma Rectanguli ſub Radio EQ & peripheriâ Circuli ADB G & Hexagoni huic circulo inſcripti, ad ſextuplum illius, quod ſub peripheriâ ejuſdem circuli continetur, quadrati, erit etiam *per 234. hujus* ut Sectio BEL, ad id, quod ſub peripheriâ Circuli EHBI comprehenditur, quadratum, ita illa ſumma, ad duplum quadrati ſub peripheriâ Circuli AD BG comprehenſi. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXLII.

F. 2. Segmentum EDB eſt ad quadratum ſub peripheriâ circuli EHBI contentum, ut differentia, quâ Rectangulum ſub Radio & peripheriâ circuli EDBG, excedit duplum Hexagoni huic circulo inſcripti, ad triplum illius, quod ſub peripheriâ ejuſdem circuli continetur, quadrati.

DEMONSTRATIO.

Segmentum EDB enim eſt *per 219. hujus* ad quadratum ſub peripheriâ Circuli AFB C (F. 1.) comprehenſum, ut differentia, quâ Rectangulum ſub Radio & peripheriâ

Circu-

Circuli EDBG, excedit duplum Hexagoni eidem circulo inscripti, ad noncuplum quadrati sub eâdem peripheriâ contenti; ergo *per.* 234. *hujus*, ut Segmentum EDB ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI contentum, ita illa differentia, ad triplum illius, quod sub peripheriâ Circuli EDBG continetur, quadrati. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXLIII.

Consegmentum EGB est ad quadratum sub peripheriâ Circuli EHBI comprehensum, ut summa Rectanguli sub quintuplo Radio & peripheriâ Circuli EDBG & dupli Hexagoni huic circulo inscripti, ad triplum quadrati sub peripheriâ ejusdem Circuli contenti.

DEMONSTRATIO.

Est enim *per* 220. & 234. *hujus* Consegmentum EGB, ad triplum quadrati sub peripheriâ Circuli EHBI comprehensi, ut summa Rectanguli sub quintuplo Radio & peripheriâ Circuli EDBG, ad noncuplum illius, quod sub peripheria ejusdem circuli comprehenditur, quadrati, quare ut Conseg-

men-

mentum EGB ad quadratum ſub peripheriâ Circuli EHBI contentum, ita illa ſumma, ad triplum quadrati ſub peripheria Circuli EDBG comprehenſi. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXLIV.

Lunula EDBHE eſt ad quadratum ſub peripheriâ Circuli EHBI comprehenſum, ut differentia, quâ octuplum Hexagoni inſcripti, excedit Rectangulum ſub Radio & peripheriâ Circuli EDBG, ad duodecies multiplum quadrati ſub peripheria ejusdem Circuli contenti, lunula EIBGE verò, ut ſumma Rectanguli ſub Radio & peripheria decies ſepties multipla Circuli EDBG, & octupli Hexagoni huic Circulo inſcripti, ad idem multiplum quadrati ſub peripheriâ ejusdem circuli comprehenſi.

DEMONSTRATIO.

Nam *per* 221. *&* 234. *hujus* lunula EDBHE eſt ad triplum Quadrati ſub peripheria Circuli EHBI comprehenſi, ut differentia,

tia, quâ octuplum Hexagoni Circulo EDBG inscripti, excedit Rectangulum sub Radio & peripheria hujus circuli, ad trigesies sexies multiplum quadrati sub peripheria ejusdem circuli comprehensi, lunula EIBGE verò, ut summa Rectanguli sub Radio & peripheriâ Circuli EDBG decies septies multiplâ, & octupli Hexagoni inscripti, ad idem multiplum illius, quod sub peripheria ejusdem circuli comprehenditur quadrati, igitur ut lunula EDBHE ad quadratum sub peripheriâ Circuli EHBI contentum, ita differentia, quâ octuplum Hexagoni inscripti, excedit Rectangulum sub Radio & peripheria Circuli EDBG, ad duodecies multiplum quadrati sub peripheria ejusdem circuli contenti, & ut lunula EIBGE ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI comprehensum, ita summa Rectanguli sub Radio & peripheria Circuli EDBG decies septies multipla, & octupli Hexagoni huic circulo inscripti, ad idem multiplum quadrati sub peripheria ejusdem circuli comprehensi. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXLV.

Curvilineum EDBIE est ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI con-

contentum, ut differentia, quâ Rectangulum ſub Radio & ſeptuplâ peripheriâ Circuli EDBG, excedit octuplum Hexagoni huic circulo inſcripti, ad duodecies multiplum illius, quod ſub peripheriâ ejusdem Circuli continetur, quadrati.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Curvilineum EDBIE ſit *per* 222. *&* 234. *hujus*, ad triplum quadrati ſub peripheria Circuli EHBI comprehenſi, ut differentia, quâ Rectangulum ſub Radio & ſeptupla peripheria Circuli EDBG, excedit octuplum Hexagoni huic circulo inſcripti, ad trigeſies ſexies multiplum illius, quod ſub peripheria ejusdem circuli continetur quadrati, erit ut Curvilineum EDBIE, ad quadratum ſub peripheriâ Circuli EHBI contentum, ita illa differentia ad duodecies multiplum illius, quod ſub peripheria Circuli EDBG continetur, quadrati. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXLVI.

F. 2. & 3. Circulus CNDR eſt ad quadratum ſub peripheriâ Circuli EHBI compre-

prehensum, ut Radius CR, ad peripheriam Circuli QDBG.

DEMONSTRATIO.

Est enim *per* 212. *hujus* Circulus QDBG, ad quadratum suæ peripheriæ, ut Radius CR, ad duplum peripheriæ ejusdem Circuli, atque adeo ut subduplum Radij ad subduplum peripheriæ Circuli QDBG, ita subduplum hujus Circuli ad subquadruplum quadrati sub peripheria ejusdem Circuli comprehensi, hincque ut Radius ad peripheriam, ita subduplum Circuli QDBG, ad subquadruplum quadrati sub peripheria ejusdem Circuli comprehensi; est porro, Circulus CNDR subduplus Circuli QDBG, & *per* 211. *hujus* quadratum sub peripheria Circuli EHBI comprehensum, subquadruplum illius, quod sub peripheria Circuli QDBG comprehenditur, quadrati, igitur ut Circulus CNDR, ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI comprehensum, ita Radius CR, ad peripheriam Circuli QDBG. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXLVII.

Segmentum CQD est ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI com-

comprehensum, ut differentia, quâ Rectangulum sub Radio CR & peripheria Circuli QDBG, excedit quadratum Diametri CB, ad duplum illius, quod sub peripheriâ ejusdem Circuli comprehenditur, quadrati.

DEMONSTRATIO.

Segmentum CQD enim est *per 224. & 234. hujus* ad triplum quadrati sub peripheria Circuli EHBI comprehensi, ut differentia, quâ Rectangulum sub Radio CR, & peripheria Circuli QDBG, excedit quadratum sub Diametro CB, ad sextuplum illius, quod sub peripheriâ ejusdem Circuli continetur quadrati, igitur ut Segmentum CQD, ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI comprehensum, ita illa differentia, ad duplum quadrati sub peripheria Circuli QDBG contenti. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXLVIII.

Consegmentum CGD est ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI comprehensum, ut summa Rectanguli sub Radio CR, & triplâ peripheriphe-

ripheriâ Circuli QDBG, & quadrati ſub Diametro CB contenti, ad duplum quadrati ſub periphera ejusdem Circuli comprehenſi.

DEMONSTRATIO.

Nam Conſegmentum CGD eſt *per* 225. & 234. *hujus*, ad triplum quadratum ſub peripheria Circuli EHBI comprehenſum, ut ſumma Rectanguli ſub Radio CR, & tripla peripheria Circuli QDBG, & quadrati ſub Diametro CB contenti, ad ſextuplum illius, quod ſub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur quadrati, ergo ut Conſegmentum CGD ad quadratum ſub peripheria Circuli EHBI comprehenſum, ita illa ſumma ad duplum quadrati ſub peripheria Circuli QDBG contenti. Q. E. D.

PROPOSITIO CCXLIX.

Lunula CQDNC eſt ad quadratum ſub peripheria Circuli EHBI contentum, ut quadratum, CDGB ad quadratum ſub peripheria Circuli QDBG comprehenſum, lunula CRDGC verò ut ſumma Rectanguli

ſub Radio CR & peripheria hujus Circuli, & quadrati CDGB, ad quadratum ſub peripheria ejusdem Circuli comprehenſum.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim *per* 226. *&* 234. *hujus* lunula CQDNC ad triplum illius, quod ſub peripheria Circuli EHBI continetur quadrati, ut quadratum CDGB, ad triplum quadrati ſub peripheria Circuli QDBG comprehenſi, lunula CRDGC verò ut ſumma quadrati CDGB, & Rectanguli ſub Radio CR & peripheria ejusdem Circuli, ad idem triplum; igitur ut lunula CQDNC ad quadratum ſub peripheria Circuli EHBI contentum, ita quadratum CDGB, ad id quod ſub peripheria Circuli QDBG comprehenditur, quadratum, & ut lunula CRDGC, ad quadratum ſub peripheria Circuli EHBI contentum, ita ſumma quadrati CDGB, & Rectanguli ſub Radio CR & peripheria Circuli QDBG, ad id, quod ſub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur, quadratum. Q. E. D.

PROPOSITIO CCL.

Curvilineum CQDRC eſt ad quadratum ſub peripheria Circuli EH

BI

BI comprehensum, ut differentiâ, quâ Rectangulum sub Radio CR, & peripheria Circuli QDBG, excedit quadratum CDGB, ad id, quod sub peripheria ejusdem Circuli, comprehenditur, quadratum.

DEMONSTRATIO.

Cum enim *per* 227. *&* 234. *hujus* Curvilineum CQDRC sit ad triplum quadrati sub peripheria Circuli comprehensi, ut differentia, quâ Rectangulum sub Radio CR & peripheria Circuli QDBG, excedit quadratum CDGB, ad triplum illius, quod sub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur, quadrati, erit etiam ut Curvilineum CQD RC, ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI comprehensum, ita illa differentia, ad id, quod sub peripheria ejusdem Circuli continetur, quadratum. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLI.

Mixtilineum CRDBGC est ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI comprehensum, ut differentia, quâ quadruplum quadrati sub Diametro CB contenti, excedit Rectangulum

ſub Radio CR & peripheria Circuli QDBG, ad duplum illius, quod ſub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur, quadrati.

DEMONSTRATIO.

Mixtilineum CRDBGC enim eſt *per* 228. *&* 234. *hujus* ad triplum quadrati ſub peripheria Circuli EHBI comprehenſi, ut differentia, quâ quadruplum quadrati ſub Diametro CB contenti, excedit Rectangulum ſub Radio CR, & peripheria Circuli QDBG, ad ſextuplum illius, quod ſub peripheria ejusdem Circuli comprehenditur, quadrati; Ergo ut Mixtilineum CRDBGC ad quadratum ſub peripheria Circuli EHBI comprehenſum, ita illa differentia, ad duplum quadrati ſub peripheria Circuli QDBG contenti. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLII.

Sectio RDB eſt ad quadratum ſub peripheria Circuli EHBI comprehenſum, ut ſumma Rectanguli ſub Radio CR, & peripheria Circuli QDBG, & quadrati Diametri CB, ad quadruplum illius, quod ſub peripheria

ria ejusdem Circuli comprehenditur, quadrati.

DEMONSTRATIO.

Sectio RDB enim est *per 229. & 234. hujus*, ad triplum quadratum sub peripheria circuli EHBI contentum, ut summa Rectanguli sub Radio CR, & peripheria Circuli QDBG, & quadrati sub Diametro CB, ad duodecies multiplum quadrati sub peripheria ejusdem circuli contenti; Ergo Sectio RDB est ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI comprehensum, ut illa summa, ad quadruplum illius, quod sub peripheria Circuli QDBG comprehenditur, quadrati. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLIII.

Sectio RCB est ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI contentum, ut summa Rectanguli sub Radio CR & tripla peripheria Circuli QD BG, & illius, quod sub Diametro CB comprehenditur, quadrati, ad quadruplum quadrati sub peripheria ejusdem Circuli comprehensi.

DEMONSTRATIO.

Nam Consegmentum CGD *per* 248. *hujus* est ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI comprehensum, ut summa Rectanguli sub Radio CR, & tripla peripheria Circuli QDBG, & quadrati sub Diametro CB contenti, ad duplum quadrati sub peripheria ejusdem Circuli comprehensi; igitur *per* 138. *hujus* ut Sectio RCB, ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI contentum, ita illa summa, ad quadtuplum illius, quod sub peripheria Circuli QDBG comprehenditur, quadrati. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLIV.

Sectio lunulæ CRDGC sub semicirculo CRD, Rectis CG, DB & arcu GB comprehensa, est ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI contentum, ut triplum quadrati CD GB, ad id, quod sub peripheria Circuli QDBG comprehenditur, quadratum.

DEMONSTRATIO.

Est enim *per* 249. *hujus*, lunula CQDN C, ad quadratum, sub peripheria Circuli E HBI

HBI comprehensum, ut quadratum CDGB, ad quadratum sub peripheria Circuli QD BG comprehensum, atque adeo *per* 156. *hujus*, ut hæc sectio lunulæ CRDGC, ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI contentum, ita triplum quadrati CDGB, ad id, quod sub peripheria Circuli QDBG comprehenditur, quadratum. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLV.

Quadratum sub peripheria Circuli EHBI comprehensum, est subduplum illius, quod sub peripheria Circuli CNDR comprehenditur, quadrati.

DEMONSTRATIO.

Circulus EHBI enim est subduplus Circuli CNDR; atque adeo *per* 211. *hujus* quadratum sub peripheria Circuli EHBI comprehensum, est etiam subduplum illius, quod sub peripheria Circuli CNDR comprehenditur, quadrati. Q. E. D.

Patet igitur Proportiones quas superficies hactenus consideratæ habent ad quadratum sub peripheria Circuli CNDR *comprehensum, nullo negotio determinari posse; si enim fuerit ut ter-*

minus antecedens ad consequentem, ita quæcunque superficies ad quadratum sub peripheria Circuli EHBI *comprehensum, erit etiam, ut idem antecedens, ad duplum consequentis, ita hæc ipsa superficies, ad id, quod sub peripheria Circuli* CNDR *comprehenditur quadratum. Sternunt porrò Propositiones hucusque demonstratæ vias ad quadraturam Circuli, ijs quas acutissimus* P. Tacquet, *in Cylindricis & Annularibus suis exhibet, vel ideo connaturaliores, quod hæ, circa superficies solidorum, imo & solida ipsa versentur, illæ autem superficies planas ex solâ Circulorum intersectione genitas, duntaxat expendant: difficile haud foret vias singulas recludere, sed, ne nimium excrescat hæc opella, nonnullas seligere sufficiet.*

PROPOSITIO CCLVI.

F. 1. Si in lineis Rectis M & N exhibeatur Ratio lunulæ ADBFA, ad lunulam ACBGA, erit ut excessus quo Recta N, superat M, ad differentiam quâ septuplum M majus est quam N, ita peripheria Circuli ADBG ad octuplum Rectæ d.

DE-

DEMONSTRATIO.

Cum enim *per 4. hujus* lunula ADBFA ad lunulam ACBGA sit ut summa octupli Rectæ d, & peripheriæ Circuli ADBG, ad summam ejusdem octupli & septupli peripheriæ, erit ut M ad N, ita illa summa, ad hanc; hincque ut septuplum Rectæ M ad N, ita summa septuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, quinquagesies sexies multiplæ, ad summam septuplæ peripheriæ & octupli Rectæ d, atque adeo, ut septuplum Rectæ M, ad differentiam, quâ hoc ipsum septuplum superat Rectam N, ita summa septuplæ peripheriæ Circuli ADBG & Rectæ d, quinquagesies sexies multiplæ, ad Rectam d quadragesies octies multiplam: & ut M ad subsextuplum excessûs, quo septupla Recta M, excedit ipsam N, ita summa peripheriæ & octuplæ Rectæ d, ad idem octuplum; hincque ut sextupla M ad differentiam, quâ septupla M excedit Rectam N, ita illa summa, ad hoc octuplum; Ergo ut excessus, quo Recta N, superat ipsam M, ad differentiam, quâ septuplum ipsius M excedit Rectam N, ita peripheria Circuli ADBG, ad octuplum Rectæ d. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO CCLVII.

Si innotescat Ratio lunulæ ADBFA ad Curvilineum ADBCA, erit peripheria Circuli ADBG, ad octuplum Rectæ d, ut summa terminorum Rationis datæ, ad terminum majorem decies octies multiplum.

DEMONSTRATIO.

Esto rursus Ratio lunulæ ADBFA, ad Curvilineum ADBCA, quæ M ad N, (utar autem etiam deinceps his ipsis terminis Rationis, ne literæ sine necessitate multiplicentur) quoniam lunula ADBFA est *per 6. hujus* ad Curvilineum ADBCA, ut summa peripheriæ Circuli ADBG & octupli Rectæ d, ad differentiam, quâ eadem peripheria decies septies multipla, excedit hoc ipsum multiplum, erit, ut M ad N, ita illa summa ad hanc differentiam; hincque ut Recta M decies septies multipla, ad N, ita summa peripheriæ Circuli ADBG decies septies & Rectæ d centies trigesies sexies multiplæ, ad differentiam, quâ hæc ipsa peripheria decies septies multipla excedit octuplum Rectæ d, & ut differentia, quâ Recta M decies septies multipla, ex-

cedit

cedit ipsam N ad N, ita centies quadragesies quater multiplum Rectæ d, ad differentiam, quâ peripheria Circuli ADBG decies septies multipla, excedit octuplum Rectæ d; atque adeo ut differentia, quâ decies septies multiplum Rectæ M excedit N, ad decies octies multiplum ejusdem N, ita octuplum Rectæ d, ád differentiam, quâ peripheria Circuli ADBG decies septies multipla, excedit idem octuplum, Ergo ut decies septies multiplum summæ terminorum Rationis datæ, ad decies octies multiplum termini majoris N, ita decies septies multiplum peripheriæ Circuli ADBG, ad octuplum Rectæ d, quare ut summa terminorum Rationis datæ ad decies octies multiplum termini majoris, ita peripheria Circuli ADBG, ad octuplum Rectæ d. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLVIIII.

Si innotescat in Rectis M & N Ratio Curvilinei ADBCA, ad Circulum ADBG, erit Recta d, ad peripheriam hujus Circuli, ut differentia, quâ N decies septies, excedit ipsam M vigesi-

gesies quater multiplam, ad octuplum Rectæ N.

DEMONSTRATIO.

Curvilineum ADBCA enim est *per 7. hujus* ad Circulum ADBG, ut differentia, quâ peripheria hujus Circuli decies septies multipla, superat octuplum Rectæ d, ad hanc ipsam peripheriam vigesies quater multiplam, ergo ut M ad N, ita illa differentia, ad hoc multiplum; hincque ut vigesies quater multipla M, ad N, ita illa differentia ad peripheriam Circuli ADBG, quare ut vigesies quater multipla M, ad N decies septies multiplam, ita eadem differentia, ad decies septies multiplum peripheriæ ejusdem Circuli; Ergo ut differentia, quâ decies septies multipla Recta N, excedit Rectam M vigesies quater multiplam, ad decies septies multiplum ipsius N, ita octuplum Rectæ d, ad decies septies multiplum peripheriæ Circuli ADBG, & ut hæc ipsa differentia, ad Rectam N, ita octuplum Rectæ d, ad peripheriam Circuli ADBG, quare ut eadem differentia ad octuplam N, ita Recta d, ad peripheriam ejusdem Circuli. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO CCLIX.

Si innotescat in Rectis M & N, Ratio Segmenti ADB ad lunulam A DBFA, erit ut peripheria Circuli A DBG ad Rectam d, ita octuplum summæ terminorum Rationis datæ, ad differentiam, quâ octupla N, excedit Rectam M.

DEMONSTRATIO.

Nam *per* 8. *hujus* ut segmentum ADB ad lunulam ADBFA, ita differentia, quâ octuplum peripheriæ Circuli ADBG excedit octuplum Rectæ d, ad summam hujus peripheriæ & ejusdem octupli; sed *ex hypothesi* ut M ad N, ita segmentum ADB ad lunulam ADBFA, ergo ut M ad N, ita illa differentia ad hanc summam; atque adeo ut M, ad octuplum ipsius N, ita eadem differentia, ad summam octuplæ peripheriæ Circuli ADBG, & Rectæ d sexagesies quater multiplæ, hincque ut M, ad differentiam, quâ octuplum Rectæ N majus est ipsâ M, ita differentia, quâ octuplum peripheriæ ejusdem Circuli, excedit octuplum Rectæ d, ad eandem Rectam d, septuagesies bis multiplam: & ut noncuplum Rectæ

M, ad

M, ad differentiam, quâ octuplum ipsius N, excedit Rectam M, ita differentia, quâ octuplum peripheriæ Circuli ADBG, excedit octuplum Rectæ d, ad hoc idem octuplum Rectæ d, quare, ut idem noncuplum, ad hanc ipsam differentiam, quâ octuplum ipsius N, excedit Rectam M, ita differentia, quâ peripheria Circuli ADBG, excedit Rectam d, ad eandem Rectam, hincque ut octuplum summæ terminorum Rationis datæ, ad differentiam, quâ octupla N, excedit Rectam M, ita peripheria Circuli AD BG ad Rectam d. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLX.

Si in Rectis M & N innotescat Ratio Segmenti ADB ad lunulam ACB GA, erit, ut Recta d, ad peripheriam Circuli ADBG, ita differentia, quâ octuplum Rectæ N, superat septuplum ipsius M, ad octuplum summæ terminorum Rationis datæ.

DEMONSTRATIO.

Est enim *ex Hypothesi* & *per* 8. *hujus* ut M ad N, ita differentia, quâ octupla peripheria Circuli ADBG, excedit octuplum Rectæ d, ad summam septuplæ hujus peripheriæ

&

& octupli ejusdem Rectæ, quare ut M ad summam Rectarum M & N, ita illa differentia, ad peripheriam Circuli ADBG quindecies multiplam, atque adeo ut Recta M quindecies multipla, ad octuplum summæ Rectarum M & N, ita differentia quâ peripheria Circuli ADBG excedit Rectam d, ad eandem peripheriam; hincque, ut differentia, quâ octuplum Rectæ N, excedit septuplum ipsius M, ad octuplum summæ terminorum Rationis datæ, ita Recta d, ad hanc ipsam peripheriam. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLXI.

Si in Rectis M & N, exhibeatur Ratio Segmenti ADB ad Circulum ADBG, Recta d, ad peripheriam ejusdem Circuli eandem habebit Rationem, quam differentia, quâ Recta N, excedit triplum ipsius M, ad N.

DEMONSTRATIO.

Cum enim *ex Hypothesi* & *per 9. hujus* M ad N habeat eandem Rectionem, quam differentia, quâ peripheria Circuli ADBG exce-

excedit Rectam d, ad triplum ejusdem peripheriæ, erit, ut triplum Rectæ M, ad N, ita illa differentia, ad peripheriam Circuli ADDG, hincque ut Recta d, ad hanc ipsam peripheriam, ita differentia, quâ N superat triplum Rectæ M, ad N. Q. E.D.

PROPOSITIO CCLXII.

Si in Rectis M & N innotescat Ratio Segmenti ADB, ad Circulum AF BC, erit Recta d, ad peripheriam Circuli ADBG, ut differentia, quâ quadrupla Recta N, excedit noncuplum ipsius M, ad quadruplam N.

DEMONSTRATIO.

Nam *ex Hypothesi* & *per* 10. *hujus* est ut M ad N, ita differentia quâ quadruplum peripheriæ Circuli ADBG excedit quadruplum Rectæ d, ad noncuplum ejusdem peripheriæ; hincque ut noncuplum Rectæ M, ad quadruplum ipsius N, ita differentia, quâ peripheria ejusdem Circuli, excedit Rectam d, ad hanc ipsam peripheriam; Ergo ut Recta d, ad peripheriam, ita differentia, quâ quadruplum ipsius Rectæ N, excedit noncuplum Rectæ M, ad hoc ipsum quadruplum. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO CCLXIII.

Si in Rectis M & N innotescat Ratio Consegmenti AGB, ad Circulum ADBG, erit, ut differentia, quâ triplum Rectæ M, superat duplam N, ad Rectam N, ita Recta d, ad peripheriam Circuli ADBG.

DEMONSTRATIO.

Consegmentum AGB enim est *ex Hypothesi & per 12. hujus*, ad Circulum ADBG, ut M ad N, seu ut summa duplæ peripheriæ ejusdem Circuli & Rectæ d, ad triplum hujus peripheriæ; quarè ut triplum Rectæ M, ad N, ita eadem summa, ad peripheriam Circuli ADBG; atque adeo ut triplum Rectæ M, ad duplam N, ita hæc ipsa summa ad duplum ejusdem peripheriæ, & ut differentia, quâ triplum Rectæ M, excedit duplum ipsius N, ad N, ita Recta d, ad peripheriam. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLXIV.

Si in Rectis M & N, innotescat Ratio Sectionis AEL, ad Sectionem BEL, erit peripheria Circuli ADBG

ad Rectam d, ut differentia, quâ duplum Rectæ N, excedit sextuplam M, ad differentiam, quâ idem sextuplum superat Rectam N.

DEMONSTRATIO.

Est enim *ex Hypothesi* ut M ad N, ita summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad summam sextupli hujus peripheriæ, & sextupli ejusdem Rectæ; hincque ut sextuplum Rectæ M, ad N, ita summa peripheriæ Circuli ADBG & duplæ Rectæ d, ad summam hujus peripheriæ, & ejusdem Rectæ, & ut sextuplum Rectæ M, ad differentiam, quâ idem sextuplum superat ipsam N, ita illa summa, ad Rectam d; atque adeò ut sextuplum Rectæ M, ad duplum hujus differentiæ, ita summa peripheriæ Circuli ADBG, & duplæ Rectæ d, ad hoc ipsum duplum; Ergo ut differentia, quâ duplum Rectæ N, excedit sextuplum M, ad differentiam, quâ idem sextuplum superat Rectam N, ita peripheria Circuli ADBG, ad Rectam d. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLXV.

F. 2. Si in Rectis M & N, exhibeatur Ratio

Ratio lunulæ EDBHE ad lunulam EIBGE, erit peripheria Circuli ED BG ad Rectam d, ut differentia, quâ octuplum Rectæ N, excedit octuplum ipsius M, ad summam ejusdem M, decies septies multiplæ, & Rectæ N.

DEMONSTRATIO.

Cum enim *ex Hypothesi* & *per* 13. *hujus* sit ut M ad N, ita differentia, quâ octuplum Rectæ d, excedit peripheriam Circuli ED BG, ad summam ejusdem octupli & peripheriæ decies septies multiplæ, erit etiam ut M ad excessum quo N superat Rectam M, ita illa differentia, ad peripheriam Circuli EDBG, decies octies multiplam; quare ut decies octies multiplum Rectæ M, ad hunc excessum, ita differentia, quâ octuplum Rectæ d, excedit peripheriam Circuli EDBG, ad hanc ipsam peripheriam, & ut decies-octies multiplum Rectæ M, ad summam ejusdem Rectæ decies septies multiplæ & ipsius N, ita excessus, quo octuplum Rectæ d, excedit peripheriam Circuli EDBG, ad idem octuplum; atque adeo ut differentia, quâ Recta N, excedit M, ad

hanc summam, ita peripheria ejusdem Circuli, ad octuplum Rectæ d, & ut octuplum differentiæ, quâ Recta N, excedit M, ad summam Rectæ M decies septies multiplæ, & ipsius N, ita peripheria Circuli EDBG ad Rectam d. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLXVI.

Si in Rectis M & N exhibeatur Ratio lunulæ EDBHE ad Curvilineum EDBIE, erit Recta d, ad peripheriam Circuli EDBG, ut summa Rectæ N & septuplæ M, ad octuplum summæ terminorum Rationis datæ.

DEMONSTRATIO.

Nam *ex Hypothesi* & *per* 15. *hujus* est ut M ad N, ita differentia, quâ octuplum Rectæ d, excedit peripheriam Circuli EDBG, ad differentiam, quâ idem octuplum minus est septuplo ejusdem peripheriæ; Ergo ut M, ad summam terminorum Rationis datæ, ita illa differentia, ad sextuplum peripheriæ Circuli EDBG, quare ut sextuplum Rectæ M, ad eandem summam terminorum Rationis datæ, ita differentia, quâ octuplum Rectæ d, excedit peripheriam

am ejusdem Circuli, ad hanc ipsam peripheriam; atque adeò ut summa Rectæ N & septuplæ M, ad summam terminorum Rationis datæ, ita octuplum Rectæ d, ad peripheriam Circuli EDBG, & ut summa Rectæ N & septuplæ M, ad octuplum summæ Rationis datæ, ita Recta d, ad eandem peripheriam. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLXVII.

Si innotescat in Rectis M & N, Ratio Curvilinei EDBIE, ad lunulam EIBGE, erit Recta d, ad peripheriam Circuli EDBG, ut differentia, quâ septuplum Rectæ N, excedit ipsam M, decies septies multiplam, ad octuplum summæ terminorum Rationis datæ.

DEMONSTRATIO.

Est enim *ex Hypothesi* & *per 15. hujus*, ut M ad N, ita differentia, quâ septuplum peripheriæ Circuli EDBG, excedit octuplum Rectæ d, ad summam hujus octupli, & ejusdem peripheriæ decies septies multiplæ, ergo ut M, ad summam terminorum Rationis datæ, ita illa differentia, ad

peripheriam Circuli EDBG vigesies quater multiplam, quare ut vigesies quater multiplum ipsius M, ad summam terminorum Rationis datæ, ita differentia, quâ septuplum peripheriæ ejusdem Circuli excedit octuplum Rectæ d, ad hanc ipsam peripheriam, & ut vigesies quater multiplum Rectæ M, ad septuplum summæ terminorum Rationis datæ, ita eadem differentia, ad septuplum peripheriæ Circuli EDBG, hincque ut differentia, quâ septuplum Rectæ N, excedit M, decies septies multiplam, ad septuplum summæ terminorum Rationis datæ, ita octuplum Rectæ d, ad septuplum peripheriæ; atque adeo ut illa differentia, ad summam terminorum Rationis datæ, ita octuplum Rectæ d, ad eandem peripheriam, & ut hæc ipsa differentia, ad octuplum summæ terminorum Rationis datæ, ita Recta d, ad peripheriam Circuli EDBG. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLXVIII.

Si in Rectis M, & N, innotescat Ratio Curvilinei EDBIE, ad Circulum EHBI, erit Recta d, ad peripheriam Circuli EDBG, ut differentia,

tia, quâ ſeptupla Recta N, excedit ſextuplum ipſius M, ad octuplum Rectæ N.

DEMONSTRATIO.

Cum enim *ex Hypotheſi* & *per* 16. *hujus* ſit ut M ad N, ita differentia, quâ ſeptuplum peripheriæ Circuli EDBG, excedit octuplum Rectæ d, ad ejusdem peripheriæ ſextuplum, erit quoque ut ſextuplum Rectæ M, ad N, ita eadem differentia, ad peripheriam ejusdem circuli; hincque ut ſextuplum Rectæ M, ad ſextuplam N, ita illa differentia, ad ſeptuplum peripheriæ; hincque ut differentia, quâ ſextupla N, excedit ſextuplum Rectæ M, ad idem ſeptuplum, ita octuplum Rectæ d, ad ſeptuplum peripheriæ Circuli EDBG; atque adeò ut eadem differentia, ad Rectam N, ita octuplum Rectæ d, ad hanc ipſam peripheriam; ac proinde ut hæc differentia, ad octuplum Rectæ N, ita Recta d, ad peripheriam ejusdem Circuli. Q.E.D.

PROPOSITIO CCLXIX.

Si in Rectis M, & N, innoteſcat Ratio Segmenti EDB, ad lunulam EDBHE,

EDBHE, erit Recta d, ad peripheriam Circuli EDBG, ut summa Rectæ M & quadruplæ N, ad octuplum summæ terminorum Rationis datæ.

DEMONSTRATIO.

Nam *ex Hypothesi* & *per* 17. *hujus* est ut M ad N, ita differentia, quâ quadruplum peripheriæ Circuli EDBG superat octuplum Rectæ d, ad differentiam, quâ hæc ipsa peripheria minor est eodem octuplo, erit itaque ut M, ad summam terminorum Rationis datæ, ita illa differentia, ad triplam peripheriam ejusdem Circuli; atque adeo ut triplum Rectæ M, ad eandem summam, ita differentia, quâ quadrupla peripheria Circuli EDBG, excedit octuplum Rectæ d, ad peripheriam ejusdem Circuli; unde, ut triplum Rectæ M, ad quadruplum summæ terminorum Rationis datæ, ita illa differentia, ad quadruplum peripheriæ Circuli EDBG, igitur ut summa Rectæ M, & quadruplæ N, ad quadruplum summæ terminorum Rationis datæ, ita octuplum Rectæ d, ad quadruplam peripheriam; hincque ut illa summa, ad summam terminorum rationis datæ, ita octuplum Rectæ d, ad ipsam peripheriam; atque adeò ut summa

Rectæ

Rectæ M, & quadruplæ N, ad octuplum summæ terminorum Rationis datæ, ita Recta d, ad peripheriam Circuli EDBG. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLXX.

Si exhibeatur in Rectis M, & N, Ratio Segmenti EDB, ad lunulam EIBGE, erit Recta d, ad peripheriam Circuli EDBG, ut differentia, quâ quadrupla N, superat Rectam M, decies septies multiplam, ad octuplum summæ terminorum Rationis datæ.

DEMONSTRATIO.

Est enim *ex Hypothesi* & *per* 17. *hujus* ut M ad N, ita differentia, quâ quadrupla peripheria Circuli EDBG, excedit octuplum Rectæ d, ad summam ejusdem octupli & peripheriæ decies septies multiplæ; igitur ut M, ad summam terminorum Rationis datæ, ita eadem differentia, ad vigesies semel multiplum peripheriæ ejusdem Circuli; atque adeo ut vigesies semel multiplum Rectæ M, ad summam terminorum Rationis datæ, ita hæc ipsa differentia ad peri-

peripheriam, & ut vigesies semel multipla M, ad quadruplam summam terminorum Rationis datæ, ita illa differentia, ad quadruplam peripheriam Circuli EDBG; unde ut differentia, quâ quadrupla Recta N, excedit decies septies multiplum ipsius M, ad quadruplam summam terminorum, ita octuplum Rectæ d, ad quadruplum ejusdem peripheriæ; ac proinde ut differentia, quâ quadruplum Rectæ N, superat ipsam M decies septies multiplam, ad summam terminorum Rationis datæ, ita octuplum Rectæ d, ad peripheriam Circuli EDBG, ergo ut differentia, quâ quadrupla N, excedit decies septies multiplam M, ad octuplum summæ terminorum Rationis datæ, ita Recta d, ad eandem peripheriam. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLXXI.

F. 3. Si in Rectis M & N, innotescat Ratio Curvilinei CQDRC ad Circulum QDBG, erit Diameter CB, ad peripheriam ejusdem Circuli, ut differentia, quâ Recta N, excedit duplam M, ad N.

DE-

DEMONSTRATIO.

Cum enim *ex Hypothesi* & *per* 24. *hujus* sit ut M ad N, ita differentia, quâ peripheria Circuli QDBG, excedit Diametrum CB, ad duplum peripheriæ ejusdem Circuli, erit etiam ut dupla M ad N, ita illa differentia, ad peripheriam, atque adeo ut differentia, quâ N excedit duplam M, ad N, ita Diameter, ad peripheriam. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLXII.

Si in Rectis M & N nota fuerit Ratio Segmenti CQD, ad lunulam CRDGC, erit Diameter CB ad peripheriam Circuli QDBG, ut differentia, quâ Recta N superat duplam M, ad duplum summæ terminorum Rationis datæ.

DEMONSTRATIO.

Nam *ex Hypothesi*, & *per* 25. *hujus* ut M ad N, ita est differentia, quâ peripheria Circuli QDBG excedit duplum Diametri CB, ad summam duplæ Diametri & duplæ peripheriæ ejusdem Circuli; atque adeo ut M, ad summam terminorum Rationis datæ,

ita

ita illa differentia, ad triplum hujus peripheriæ; quare ut triplum Rectæ M, ad eandem summam, ita hæc ipsa differentia, ad peripheriam Circuli QDBG; hincque ut differentia, quâ Recta N superat duplum M, ad summam terminorum Rationis datæ, ita dupla CB, ad peripheriam ejusdem Circuli; ac proinde ut differentia, quâ Recta N superat duplam M, ad duplum summæ terminorum Rationis datæ, ita Diameter CB, ad eandem peripheriam. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLXXIIII.

Si in Rectis M & N innotescat Ratio segmenti CQD, ad Consegmentum CGD, erit Diameter CB, ad peripheriam Circuli QDBG, ut differentia, quâ Recta N, excedit triplam M, ad duplum summæ terminorum Rationis datæ.

DEMONSTRATIO.

Est namque *ex Hypothesi* & *per 26. hujus* ut M ad N ita differentia, quâ peripheria Circuli QDBG, excedit duplam Diametrum CB, ad summam duplæ Diametri & triplæ peripheriæ; hincque ut Recta M, ad sum-

summam terminorum Rationis datæ, ita eadem differentia ad quadruplum peripheriæ ejusdem Circuli, quare ut quadruplum Rectæ M, ad summam terminorum, ita differentia quâ eadem peripheria excedit duplam Diametrum CB, ad ipsam peripheriam; atque adeo ut differentia, quâ Recta N excedit triplum ipsius M, ad summam terminorum, ita dupla Diameter CB, ad hanc ipsam peripheriam; unde ut differentia, quâ Recta N superat triplum ipsius M, ad duplum summæ terminorum Rationis datæ, ita Diameter CB, ad peripheriam Circuli QDBG. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLXXIV.

Si exhibeatur in Rectis M & N Ratio Sectionis RDB, ad Sectionem RCB, erit Diameter CB, ad peripheriam Circuli QDBG, ut differentia, quâ triplum Rectæ M, excedit ipsam N, ad duplum differentiæ terminorum Rationis datæ.

DEMONSTRATIO.

Est enim *ex Hypothesi* & *per* 142. *hujus*, ut M ad N, ita summa peripheriæ Circuli Q

DBG & duplæ Diametri CB, ad summam tripli hujus peripheriæ duplæque Diametri, quare ut Recta M, ad differentiam terminorum Rationis datæ, ita illa summa, ad duplam peripheriam ejusdem Circuli; atque adeo ut dupla M, ad differentiam terminorum, ita eadem summa ad peripheriam, & ut differentia, quâ triplum Rectæ M, excedit Rectam N, ad differentiam terminorum, ita dupla Diameter CB, ad peripheriam Circuli QDBG; ac proinde ut differentia, quâ triplum Rectæ M excedit ipsam N, ad duplum differentiæ terminorum Rationis datæ, ita Diameter CB, ad eandem peripheriam. Q. E. D.

PROPOSITIO CCLXXV.

F. 1. Datâ in Rectis M & N Ratione Segmenti ADB, ad quadratum sub peripheriâ Circuli AFBC comprehensum, habetur Circuli quadratura.

Si enim fiat ut M ad N ita Radius EQ ad quartam P, Rectæque d, & subnoncuplo duplæ P inveniantur Reciprocæ quarum summa sit idem subnoncuplum, obtinebitur Recta æqualis peripheriæ Circuli ADBG.

DE-

DEMONSTRATIO.

Nam *ex Hypothesi* & *per* 214. *hujus* est ut M ad N seu EQ ad P, ita differentia, quâ Rectangulum sub Diametro EB, & peripheriâ Circuli ADBG, excedit duplum Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad noncuplum illius, quod sub peripheria hujus Circuli comprehenditur, quadrati, ergo ut EQ ad duplam P, ita illa differentia, quâ Rectangulum sub Radio & peripheria, excedit Hexagonum inscriptum, ad hoc noncuplum; atque adeo ut noncuplum Radij EQ, ad duplum Rectæ P, ita eadem differentia, ad quadratum sub peripheria Circuli ADBG, contentum, & ut Rectangulum sub noncuplo Radio EQ & peripheria ejusdem Circuli, ad Rectagulum sub dupla P. & eadem peripheria, ita differentia, quâ Rectangulum sub Radio EQ & peripheria Circuli ADBG excedit Hexagonum eidem Circulo inscriptum, ad id, quod sub eadem peripheria comprehenditur quadratum, igitur, ut Rectangulum sub noncupla EQ & peripheria, ad illam differentiam, ita Rectangulum sub dupla P, & eadem peripheria, ad hoc quadratum; atque adeo ut noncupla peripheria Circuli ADBG ad differen-

ferentiam, quâ peripheria ejusdem Circuli, excedit Rectam d, ita duplum Rectæ P, ad eandem peripheriam, & ut ipſa peripheria ad differentiam, quâ Recta d minor eſt peripheria, ita ſubnoncuplum duplæ P, ad eandem peripheriam, ac proinde ut peripheria Circuli ADBG, ad Rectam d, ita ſubnoncuplum duplæ P, ad differentiam quâ hoc ipſum ſubnoncuplum excedit eandem peripheriam. Inventis igitur Rectæ d, & ſubnoncuplo duplæ P, Reciprocis, quarum ſumma ſit hoc ipſum ſubnoncuplum, obtinetur Recta æqualis peripheriæ Circuli ADBG; ſed obtentâ hâc Rectâ, habetur Circuli quadratura, ergo datâ in Rectis M & N Ratione Segmenti ADB, ad quadratum ſub peripheria Circuli AFBC comprehenſum, habetur Circuli quadratura. Q. E. D,

PROPOSITIO CCLXXVI.

Datâ in Rectis M & N Ratione lunulæ ADBFA, ad quadratum ſub peripheria Circuli AFBC comprehenſum, habetur Circuli quadratura.

Si enim ad M, N & Radium EQ inveniatur quarta P, atque Rectæ d & triege-

ſies

ies sexies submultiplo ipsius P, inveniantur Reciprocæ quarum differentia sit hoc ipsum submultiplum, erit major harum Reciprocarum æqualis peripheriæ Circuli ADBG.

DEMONSTRATIO.

Est enim *ex Hypothesi* & *per* 215. *hujus*, ut ad N seu EQ Radius, ad Rectam P, ita summa Rectanguli sub eodem Radio & peripheria Circuli ADBG, & octupli Hexagoni eidem Circulo inscripti, ad trigesies sexies multiplum quadrati sub peripheria ejusdem Circuli comprehensi; atque adeo, ut Diameter EB decies octies multipla, ad Rectam P, ita illa summa, ad quadratum sub peripheria Circuli ADBG comprehensum, quare ut Rectangulum sub Diametro EB decies octies multipla & peripheria hujus Circuli ad Rectangulum sub Recta P & eadem peripheria, ita illa summa, ad id, quod sub peripheria Circuli ADBG comprehenditur, quadratum: unde ut Rectangulum sub decies octies multiplo Diametri EB & peripheria Circuli ADBG, ad illam summam, ita Rectangulum sub Recta P & eadem peripheria, ad hoc quadratum; atque adeo ut trigesies sexies multiplum hu-

jus peripheriæ, ad ſummam ejusdem peripheriæ & octuplæ Rectæ d, ita Recta P, ad hanc ipſam peripheriam, & ut hæc peripheria, ad ſummam peripheriæ & octuplæ Rectæ d, ita trigeſies ſexies ſubmultiplum Rectæ P, ad eandem peripheriam, ac proinde ut peripheria Circuli ADBG ad Rectam d, ita trigeſies ſexies ſubmultiplum Rectæ P, ad differentiam, quâ hoc ipſum ſubmultiplum excedit eandem peripheriam, inventis igitur Rectæ d, & trigeſies ſexies ſubmultiplo Rectæ P, Reciprocis, quarum differentia ſit hoc ipſum ſubmultiplum, harum Reciprocarum major æquatur peripheriæ Circuli ADBG, ſed obtentâ Rectâ æquali huic peripheriæ, habetur quadratura Circuli, igitur datâ in Rectis M & N Ratione lunulæ ADBFA ad quadratum ſub peripheria Circuli AFBG comprehenſum, habetur Circuli Quadratura. Q. E. D.

DEO Veritatis Gloria.

Approbatio Censoris.

OPusculum Diatomen Circulorum exhibens, & ab Authore, & à proportionum varietate, demonstrationúmque claritate Illustrissimum, non tam meâ indiget approbatione, quàm Authoris Illustrissimi copiosam præbet laudis materiem. Obscuris non incedit ambagibus, eâ tamen pollet gratiâ, ut non modò Analyticæ Studiosis erudita sui lectione ac pertractatione profectum in Mathematicis spondeat, sed & viâ ordinariâ Geometrices procedentibus occasionem offerat doctæ inventionis. Qui non à limine, fronte tantummodo considerata, eruditas has lucubrationes salutârit, verùm in interiora cogitabundus ingressus fuerit; fructu gaudebit & Analyticæ & Geometricæ. Ità de perfecto opusculo sentio.

GEORGIUS THOMAS, S. J. in Almâ Cæsareâ & Regiâ Universitate Carolo-Ferdinandeâ Pragensi Mathematum Professor Publicus.

IMPRIMATUR.

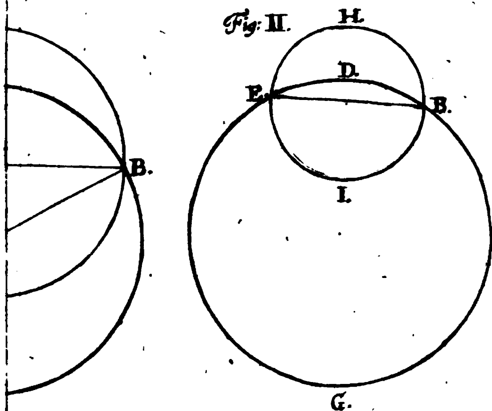
WENCESLAUS JOANNES DE KRIEGELSTEIN, J. U. D. in Almâ Cæsareâ Regiâque Universitate Prag: Cod: Prof: Reg: Publ: & Ord: ejusdemque Universitatis p. t. RECTOR MAGNIFICUS.

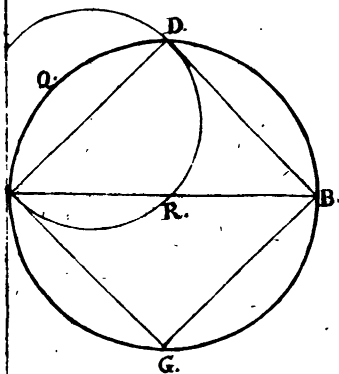
Errores Typographicos corrigat Lectoris Benevolentia, ego pauculos hosce annoto:

Pag. 342. lin. 26. *atque Rectæ d,* lege *atque octuplo Rectæ d.*

Pag. 344. lin. 8. *ad Rectam d,* lege *ad octuplum Rectæ d.*

Pag. eâd. lin. 10. *quâ hoc ipsum submultiplum excedit eandem peripheriam* lege, *quâ eadem peripheria excedit hoc ipsum submultiplum.*


B.
Fig: II.
H.
D.
E.
B.
I.
G.


D.
Q.
R.
B.
G.